CONFERENCIAS DE CLASE

PRE - CÁLCULO

FEBRERO DE 2007

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
MATEMÁTICA BÁSICA
TALLER NÚMERO UNO: TEORÍA DE CONJUNTOS

ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

1-. DADOS LOS CONJUNTOS:

$U = \{1,2,3,\ldots,9,10\}$

$A = \{1,2,4,6,8\}$

$B = \{3,5,7,8,9,10\}$

$C = \{2,4,6,8\}$

$D = \{1,2,4,6,7,9,10\}$

Consulta sobre las relaciones de pertenencia y de contenencia

Determine:

A) $A \cup B$ **B)** $B \cup A$ **C)** $A \cap B$
D) $B \cap A$ **E)** $A \cap C$ **F)** $C \cap D$
G) A' **H)** B' **I)** C' **J)** D'
K) $A - B$ **L)** $B - A$ **M)** $B - D$ **N)** $C - A$
Ñ) $(A - B)' - (C - D)'$ **O)** $(A \cap B)' \cup (D \cap A)$
P) $\{(C' - D)' \cup (A \cup B \cup C)'\}'$
Q) $\{(C' \cap D)' \cup (A \cup C')'\}' - (A - D - C)$

2-. DADOS LOS CONJUNTOS:

$M = \{Daniel, Juan, Martha, Esteban\}$

$N = \{lunes, martes, miercoles\}$

Determine todos sus subconjuntos

3-. RESUELVA EL PROBLEMA:

Doña Bonifacia tiene moras, lulos, guayabas y naranjas. ¿Cuántos sabores diferentes de jugos puede hacer?

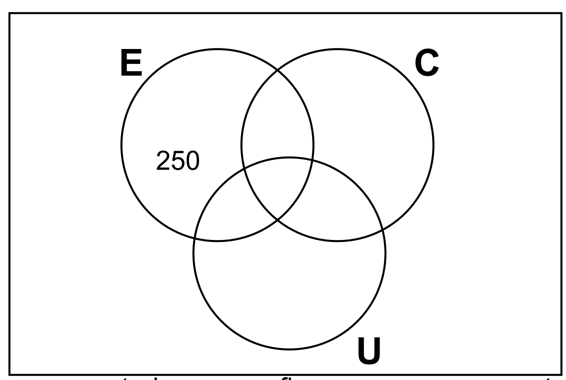
4-. APLICACIONES DE LOS CONJUNTOS:

A) Se preguntó a 1100 personas sobre sus gustos deportivos referidos al fútbol, la natación y el ciclismo, y se encontró lo siguiente:
* 390 practican el fútbol
* 360 practican la natación
* 300 practican el ciclismo
* 30 practican fútbol y ciclismo
* 30 practican fútbol y natación pero no ciclismo
* 20 practican los tres deportes
* 750 practican solamente uno de estos tres deportes

Hallar:

A) ¿Cuántas de estas personas no practican ninguno de estos tres deportes?
B) ¿Cuántos de los encuestados practican cualquiera de estos tres deportes?
C) ¿Cuántos practican al menos dos de estos deportes?
D) ¿Cuántos practican solo el fútbol?
E) ¿Cuántos practican solo el ciclismo?
F) ¿Cuántos practican solo la natación?
G) ¿Cuántos practican el fútbol o natación?
H) ¿Cuántos practican exactamente dos de estos deportes?
I) ¿Cuántos practican el fútbol y natación pero no ciclismo?
J) ¿Cuántos practican el fútbol o natación pero no ciclismo?
K) ¿Cuántos practican como máximo dos deportes?
L) ¿Cuántos practican o solo el fútbol o solo natación?
M) ¿Cuántos practican el fútbol, el ciclismo y la natación?
N) ¿Cuántos practican el fútbol o el ciclismo y la natación pero no los tres deportes?
Ñ) ¿Cuántos practican el fútbol o la natación, pero no la natación y el ciclismo?

5-.



El diagrama anterior se refiere a una encuesta realizada a 1200 profesores, sobre el nivel educativo en el que orientan su cátedra, pudiendo ser **E** = escuela, **C** = colegio, **U** = Universidad.
Según lo anterior y basándose en los siguientes datos:

$(U \cap C) - E = 100$
$(E \cap C) - U = 70$
$(U \cup C \cup E)' = 165$
$(C - U - E) = 250$
$(U \cap E) - C = 10$

(U – E – C) = 250

Complete el diagrama dado al inicio.

6-. Represente con diagramas de Venn**:**

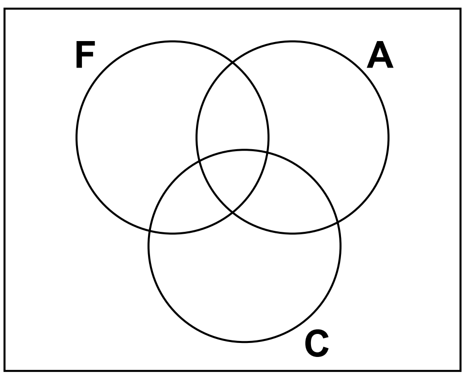
A) (**A' ∩ B') – C** dado que los conjuntos A, B y C son secantes.
B) (A U B) **– C'** dado que los conjuntos A, B y C son disyuntos.

7-. Dados los conjuntos A, B y C que son secantes, representar con diagramas de Venn:

A) $\left[(A'-B)\cup(B'-A)\right]'$

B) $(A\cup B\cup C)-(A\cap B\cap C)$

8-.



El anterior diagrama se refiere a una encuesta aplicada a 800 personas, sobre el deporte que practican, Fútbol (F), atletismo (A), ciclismo (C). Atendiendo a los datos que se dan a continuación, completar el diagrama:

F = **420; (F ∪ A) = 600; (C - F - A) = 70**
(F ∩ A) - C = 90; (F - C - A) = 180
(A - F - C) = 120; (F ∩ C) - A = 50

9-. Un estudio realizado en el **Liceo Pedagógico Nueva Generación**, respecto a la fruta preferida de los niños arrojó los siguientes resultados:
* A 260 niños les gusta la piña
* A 400 les gusta el mango
* A 480 les gusta el banano
* 90 gustan de la piña y el banano
* 130 gustan del mango y el banano
* 110 gustan de la piña y el mango
* 100 niños gustan solo de la piña.

A) ¿Cuántos niños gustan de las tres frutas?
B) ¿Cuántos niños gustan exactamente de dos de estas tres frutas
C) ¿Cuántos gustan de piña y mango, o, mango y banano?

10-. Una investigación adelantada con todos los estudiantes en el colegio "Mis Valores", sobre sus hábitos de lectura arrojó el siguiente resultado:
* El 48% leen textos científicos
* El 50% leen la revista "Macho"
* El 30% leen la prensa
* El 20% leen libros científicos y la revista "Macho"
* El 10% leen la prensa y la revista "Macho"
* El 3% leen libros científicos, la prensa y la revista "Macho"
* El 18% leen libros científicos y la prensa

Según la información anterior, halle:
A) ¿Qué porcentaje tienen hábitos de estas lecturas?
B) ¿Qué porcentaje lee como mínimo uno de estos tipos de material escrito?
C) ¿Qué porcentaje lee solo la revista "Macho"?
D) ¿Qué porcentaje lee exactamente uno de estos tipos de escrito?

11-. En la población escolar de cierto municipio, se investigó sobre los problemas de dentadura, nutrición y rendimiento académico. El resultado de tal investigación se concretó en las siguientes cifras:
* 25 niños tienen los tres tipos de problemas
* 18 tienen problema de dentadura y rendimiento académico únicamente
* 60 tienen únicamente problemas de dentadura
* 24 tienen problemas de dentadura y de nutrición
* 100 tienen exclusivamente problemas de nutrición
* 90 tienen solo problemas de rendimiento académico
* 50 tienen problemas de nutrición y de rendimiento académico
* 150 no tienen ninguno de estos problemas.

En función de los datos anteriores interpretar la información que de ellos se deriva.

12-. Se encuestó a mil personas sobre el vehículo del que hacen usos para viajar, y se obtuvo que: 405 de **avión**; 425 de **helicóptero**; 540 de **carro**; 715 de **motocicleta**, 10 los cuatro vehículos; 20 avión, helicóptero y carro; 15 avión, helicóptero y motocicleta; 130 helicóptero y motocicleta; 100 Helicóptero, motocicleta y carro; 200 helicóptero y carro; 200 avión y carro; 255 motocicleta y avión; 120 carro, motocicleta y avión, 80 solo carro; 140 solo motocicleta; 40 solo avión; 50 solo helicóptero. Realice un diagrama con estos datos y analice la información que se deriva de ellos.

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
MATEMÁTICA BÁSICA
CONFERENCIAS DE CLASE

TALLER NÚMERO DOS: LÓGICA PROPOSICIONAL

ESTUDIANTE: ______________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

1-. **Frente a cada expresión coloque PA si se trata de una proposición atómica, PM si se trata de una proposición molecular y NP si no es proposición:**

A) ¡Oh gloria inmarcesible!
B) Ojala venga Mirilla
C) Braza talco perro esquí
D) Mi mamá me mi mo mu
E) 3 + 4 = 2x3
F) Si 5x2 = 100 entonces Cifuentes es alto
G) ¿Será factible que apruebe matemática básica?
H) Llámame a mi colega Cristina
I) ¡Detente Satanás!
J) ¡Basta ya, que le duele a la niña!
K) La relación $(X - 3)^2 + (Y + 2)^2 = R^2$ es una función
L) Todos los docentes son muy humanos
M) ¿Padre, padre, por qué me has abandonado?
N) No vuelvan a tumbar las torres.

2-. **Halle el valor veritativo de cada una de las siguientes proposiciones**:

A) $Y = a^x$ representa la función exponencial ( )
B) $Log_3 1 = 0$ ( )
C) Si ln3 es irracional, entonces Mario es alto ( )
D) $Log_a b + log_b a = 1$ ( )

E) $\sqrt{3+4} = \sqrt{3} + \sqrt{4}$ ( )
F) $\frac{a+b}{c-d} = \frac{a}{c-d} + \frac{b}{c-d}$ ( )

G) Si $X^{X^{X^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}} = \mathbf{2}$, entonces X es irracional ( )
H) Si $2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots}}} = x$, entonces X = 1 ( )

3-. **Establezca el valor de verdad de las siguientes proposiciones:**

A) $p \rightarrow \neg q$
B) $(p \Leftrightarrow \neg q)$ V $\neg p$
C) $(p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (p \wedge q)$
D) $p \Rightarrow (\neg q \wedge r)$
E) $\neg r \Leftrightarrow (r \vee \neg q)$
F) $(p \Leftrightarrow q) \vee (r \wedge q)$
G) $(r \Rightarrow \neg q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p)$
H) $[(\neg r \wedge q) \vee (p \Rightarrow \neg q)] \Rightarrow [(p \vee q) \wedge (r \vee \neg p)]$
I) $[(p \Rightarrow r) \Rightarrow r)] \wedge [(q \Leftrightarrow \neg p) \Leftrightarrow \neg q)]$

4-. **Dadas las proposiciones:**

p = hace mucho frío **q = está lloviendo**
Identificar con un enunciado verbal cada una de las siguientes aserciones:

A) $\sim p$ B) $p \rightarrow \sim q$ C) $\sim(\sim p)$ D) $\sim(\sim(\sim p))$
E) $p \vee q$ F) $(p \wedge \neg q) \Leftrightarrow p$ G) $p \Leftrightarrow q$
H) $p \vee \neg q$ I) $p \Rightarrow (\neg p \wedge q)$ J) $\neg p \wedge \neg q$
K) $(\neg p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \vee q)$
(**~ es igual a** $\neg$, es decir, la negación)

5-. **Consultar sobre las reglas de inferencia y demostración:**

A) Modus Ponendo Ponens
B) Modus Tollendo Tollens
B) Modus Tollendo ponens
C) Doble negación
D) Regla de simplificación
E) Regla de adjunción
F) Ley del silogismo hipotético
G) Ley de la adición
H) Leyes de Morgan
(Bibliografía: Introducción a la lógica matemática de P. Suples y S Hill).

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
MATEMÁTICA BÁSICA
CONFERENCIAS DE CLASE

TALLER NÚMERO TRES: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

ESTUDIANTE: ______________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

1-. REDUCIR:

A) $x^2 - (5x + 8 + x^2 + 3x) - 5x + 11 - 7x^2 - 4 + 8x - 3x^2$

B) $3ax - (x + 6 - 7ax) + 5(-2ax + 7 + x) + ax - 10x + 1$

C)
$$5ax + \left\{ \begin{matrix} 4 - 5ax + 3bx - \\ \left[-3(ax - 3bx) - 2(-5ax + 4bx - 2a - 3b)\right] \\ +7bx + 11ax \end{matrix} \right\}$$

D) $$-2\left\{ \begin{matrix} a + b + 2c - (a + 3b - 3c) - \\ \left[-3(a - 3b - 1) - 2(-5a + 4b - 3)\right] - 5a + 11b \end{matrix} \right\}$$

E)
$$-3a + 2b - 5c - \left\{ \begin{matrix} 4(1 - a - b - 3c) + a + b + 4c - 3 \\ \left[7a - 3b + 5c\right] \end{matrix} \right\}$$

2-. EFECTÚE EL PRODUCTO QUE SE INDICA EN CADA LITERAL:

A) $(3x - 5)(2 - 3x - 4x^2)$

B) $(x^3 - 5x^2 + 7)(2 - 3x^2)$

C) $\left(\frac{x}{5} - \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{3}\right)\left(\frac{-x}{2} + \frac{5}{3}\right)$

D) $\left(\frac{x}{2} - \frac{x^2}{3}\right)\left(\frac{-x}{5} + \frac{x^3}{3}\right)\left(\frac{x^4}{3} - \frac{4}{3}\right)$

E) $(-x^3 - x)(-x^2 + x)(-x + 1)(x - 1)$

F) $(x + x^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{-2}{3}} + x^{\frac{6}{5}})(x^{\frac{-1}{2}} + 3x^{\frac{4}{5}})$

G) $\left(\frac{3}{2}x^{\frac{3}{4}} - \frac{5}{4}x^{\frac{-2}{3}} + \frac{3}{7}x^{\frac{6}{5}}\right)\left(\frac{2}{5}x^{\frac{-1}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{5}}\right)$

H)
$$\left[\frac{3(4x-1)-11x+4}{2(-x+3)+2x} + \frac{2(3-5x)+10-x}{5(5-3x)+15x}\right]\left[\frac{15(x-2)}{7(x-1)-x+18}\right]$$

3-. SIMPLIFIQUE:

A) $-20\sqrt{108} + 17\sqrt{27} + 21\sqrt{48} - 5\sqrt{3} - 2\sqrt{75}$

B) $5\sqrt{98} - 7\sqrt{45} - 4\sqrt{135} + 9\sqrt{3} + 6\sqrt{32} - \sqrt{243} + 4\sqrt{125}$

C) $5\sqrt{8} - 7\sqrt{27} + 4\sqrt{125} + 9\sqrt{5} + 6\sqrt{3} - \sqrt{2} + 4\sqrt{128}$

D) $\sqrt[3]{16} - 6\sqrt{27} + 4\sqrt[3]{128} + 9\sqrt{3} + 6\sqrt[4]{512} - \sqrt[4]{2} + 4\sqrt[3]{2}$

E) $5\sqrt{160} - 8\sqrt{405} + 7\sqrt{243} - 11\sqrt{2187} + \sqrt{3125}$

4-. EFECTÚE:

A) $\sqrt{2}.\sqrt{3}$ B) $\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{4}$ C) $\sqrt{3}.\sqrt{12}$

D) $\sqrt{3}.\sqrt[3]{4}$ E) $\sqrt{ab}.\sqrt{ab}\sqrt{ab}$

F) $\sqrt{2}.\sqrt{3}.\sqrt{4}.\sqrt{5}.\sqrt{2}.\sqrt{20}$

G) $\sqrt[3]{x^2}.\sqrt[3]{x^4}$ I) $\sqrt{x^2y}.\sqrt[3]{x^2y}.\sqrt[4]{x^3y^5}$

J) $x^{-1}y^{-2}\sqrt{x^3y^5}.\sqrt[3]{x^5y^3}.\sqrt[4]{x^3y^5}$

K)
$$(\sqrt[3]{x^{-1}y^{-2}} + \sqrt[3]{x^{-2}y^{-1}})(\sqrt[3]{x^{-2}y^{-4}} - \sqrt[3]{x^{-3}y^{-3}} + \sqrt[3]{x^{-4}y^{-2}})$$

5-. SIMPLIFIQUE:

A) $x^{\frac{1}{3}} . y^{\frac{4}{5}} . x^{\frac{-2}{5}} . y^{\frac{5}{3}}$

B) $64^{-1}.32.(\frac{1}{4})^{-3} x^{\frac{3}{4}}.y^{\frac{-2}{3}}.z^{\frac{-2}{5}}.y^{\frac{5}{3}}.x^{\frac{11}{3}}.z^{\frac{5}{2}}$

C) $\left\{\left[\left(\dfrac{4^{-3} x^{\frac{-1}{2}} y^{\frac{-2}{3}} z^{\frac{3}{2}}}{2^{-5} x^{\frac{-5}{4}} y^{\frac{-7}{3}} z^{\frac{-1}{2}}}\right)^{-1}\right]^{-2}\right\}^{-3}$

D) $\left\{\left[\left(\dfrac{6^{-2} x^{\frac{-3}{2}} y^{\frac{-5}{3}} z^{3}}{4^{-3} x^{-2} y^{\frac{2}{3}} z^{-1}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{3}{2}}\right\}^{-\frac{4}{3}}$

E) $((X^2+Y^2)(X-Y)^{-1}+2(X^{-1}-Y^{-1})^{-1})^{-1}$

J) $\sqrt{91+\sqrt{78+\sqrt{3+\sqrt{31+\sqrt{25}}}}+\sqrt{1}}$

K) Calcule el valor de:

$$E=\left[\frac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}\right]^{-1}\left[\frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-2}b^{-2}}\right]$$

L) Calcule el valor de: $E=\left(\dfrac{(\sqrt[5]{25})^3(\sqrt[15]{5})(\sqrt[3]{25})}{\sqrt[3]{5}\sqrt[5]{125}}\right)$

M) Si a + b + c = 0 halle el valor de:

$ab(c^2+a+b)+bc(a^2+b+c)+ac(b^2+c+a)$

N) Evalúe $\dfrac{31\sqrt{2+\sqrt{1,75}}}{\sqrt{16+\sqrt{15,75}}}-\dfrac{28}{\sqrt{63}+\sqrt{7}}$

Ñ) Simplifique:

I) $6\sqrt{\dfrac{8a^3}{3}}-2\sqrt{24ab^2}+a\sqrt{54a}$

II)

$$\frac{\sqrt{2b}(\sqrt{a+b}\sqrt{a-b})}{\sqrt{(a+b)(a+\sqrt{a^2-b^2})-\sqrt{(a-b)(a+\sqrt{a^2-b^2})}}}$$

III) $\dfrac{\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{x}{1-x^2}\right)^2}}$ IV) $\dfrac{(a^{-1}+b^{-1})(a+b)^{-1}}{\sqrt[6]{a^4\sqrt[5]{a^{-2}}}}$

V) Calcular:

$$\frac{1+(a+x)^{-1}}{1-(a+x)^{-1}}\left[1-\frac{1-(a^2+x^2)}{2ax}\right] \text{ para } x=\frac{1}{a-1}$$

VI) Simplifique: $\dfrac{(x+y)^{\frac{3}{2}}-(x-y)^{\frac{3}{2}}}{(2x+\sqrt{x^2-y^2})(\sqrt{x-\sqrt{x^2-y^2}})}$

6-. Prepare y consigne con mucho sentido y cuidado lo concerniente a las leyes de los exponentes, tanto de enteros como de racionales, e incluya el exponente cero.

7-. Prepare a conciencia el tema de los productos y los cocientes notables.

8-. Prepare el tema de la racionalización, particularmente cuando se trate de denominador monomio, binomio y trinomio.

9-. Evalúe cada uno de los números dados:

A) $(-2)^4$ B) -2^4 C) $(1/4)^{-2}$ D) $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

E) $(1024)^{-0,1}$ F) $3^{\frac{1}{2}}.9^{\frac{1}{4}}$ G) 3^{2^3} H) $(-32)^{\frac{2}{5}}$

I) $\sqrt{1+\sqrt[3]{5+\sqrt{21+\sqrt{16}}-\sqrt[4]{16}}+1}$

NO IMPORTA QUE TAN HUMILDE SE SEA, ALGUNA VEZ DEBE EL HOMBRE ACEPTAR QUE ES UN SER SUPERIOR

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO CUATRO:
PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES

ESTUDIANTE: ________________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

NOTA: Cierto tipo de productos y de cocientes se presentan con tanta frecuencia en la matemática básica, en especial en el álgebra, que es una buena práctica tenerlos en mente, para su aplicación inmediata, es decir, se deben memorizar. Los siguientes so los productos notables que aparecen con mayor regularidad en nuestro curso y en los posteriores:

I) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

II) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

III) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

IV) $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

V) $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

VI) $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

Escriba por simple inspección el resultado de cada una de las expresiones propuestas:

1-. $(x - 1)(x + 1)$ 2-. $(x^2 + 1)(x^2 + 2)$

3-. $(x + 51)^2$ 4-. $(9 + 4m^2)^2$

5-. $(1 - x)(x + 1)$ 6-. $(x^3 + 5)(x^3 + 3)$

7-. $(x^5 - 1)(x^5 + 1)$ 8-. $(x - y)^2$

9-. $(7x - 3)^2$ 10-. $(x^{-11} - x^{11})^2$

11-. $(6m^a - 5n^b)^2$ 12-. $(2abx^3 + 3aby^2)^2$

13-. $(x^{2a} - 1)(x^{2a} + 1)$ 14-. $(5x - 10)(5x + 11)$

15-. $(5x - 10)(5x + 10)$

16-. $(5abx + 7aby)(5abx - 7aby)$

17-. $(x^{3-2m} - y^w)(x^{3-2m} + y^w)$

18-. $(x^7 + 20)(x^7 - 19)$

19-. $(a - 1)(a + 1)(a - 1)(a + 1)$

20-. $(p^2 - p^{-2})^2$

21-. $(x^{-1} + x)^3$

22-. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

23-. $(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}.\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y^2})$

24-. $\dfrac{(x-1)^4}{x-1}$ 25-. $\dfrac{x^6 - 64}{x-2}$

26-. $\dfrac{64p^6 - 1}{2p+1}$ 27-. $\dfrac{m^7 - n^7}{m-n}$

28-. $\dfrac{(ax+b)^3 - 1}{ax+b-1}$ 29-. $\dfrac{x^6 - p^6}{x-p}$

30-. $\dfrac{(3q)^2 - 1}{3q-1}$ 31-. $\dfrac{(q)^{-4} - 1}{q^{-1} - 1}$

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO CINCO: FACTORIZACIÓN

ESTUDIANTE: ______________________ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN**.
Uno de los temas dignos de explorar es el que tiene que ver con el proceso de la factorización o facturación, pues es un espacio donde podrás poner a prueba tu potencial y en particular tu creatividad y sagacidad. Este tema en verdad, aun cuando inicialmente parece abstruso, difícil y muy abstracto, a la postre se tornará atractivo y **"engomador",** si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si lo hacer, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un "poceto" de la factorización, BUEN TIEMPO Y BUENA MAR!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Identificar cuando una expresión es o no factorizable según el sistema numérico que se trabaje.
- Reconocer que técnica, mecanismo o estrategia se debe utilizar para factorizar una expresión algebraica. (factor común, agrupación, trinomios diferencias de cuadrados o cubos, etc.)
- Aplicar excelentemente el proceso de factorización a las diversas expresiones algebraicas que lo posibiliten.

PRIMER CASO DE FACTORIZACIÓN

Se presenta cuando cada término de la expresión tiene por lo menos un factor común.

Observa cuidadosamente las siguientes expresiones:

A) $4 - 24 + 36 - 8$

B) $a - 2ab + 5a^2b - 7a^3xy + 21abcd$

C) $-x^2y - 3axy^2 + 5bxyz - 34abcxy^3 + 17mnx^4y^3$

D) $20mn^2 + 15m^2n^2 - 30abcdmn - 50a^3b^3c^7m^{10}n12 - mn$

E) $3ax + 4by - 5cz + 6dw - 7mn$

Si analizaste con cuidado, sabrás que en (A), 2 es un factor común de los cuatro términos, pero 4 también es factor común de dichos términos, y debemos saber que siempre se debe tomar el mayor factor común (en caso de letras sería la de mayor exponente), en nuestro caso el **4.**

En (B) el único factor común a todos los términos es la **a** , pero hay que notar que dicha letra aparece con diferente exponente en estos términos, en esta situación se toma como factor común la letra afectada con el menor exponente, que en este caso es uno, luego el factor común es **a.**

En (C), todos los términos tienes dos factores en común, que son la **x** y la **y**, y según la explicación anterior, sabemos que debemos tomar lasa letras afectadas con el menor exponente, lo que nos de la como factor común a **xy.**

Ejercicio$_1$: ¿Cuál es el factor o factores comunes en D?

Rta: ____________

Ejercicio$_2$: ¿Cuál es el factor o factores comunes en E?

Rta: ____________

EJERCICIOS RESUELTOS

Factorizar completamente:

A) $3ax + 2ay – 5abz$

B) $-4a^2bx – 2ab^2y – 12a^2b^2c – 30\ a^3bc^4xy^5$

C) $24mn^3 - 6m^2n^5 + 30abcm^2n^4 - 60a^2b^2c^2$

D) $x^2y^3 + 4x^3y^2 - 6ax^3y^4 - 5x^5y^5$

SOLUCIÓN

Para aplicar el primer caso de factorización, se identifican los factores comunes tanto numéricos como literales, se sacan aparte y seguidamente se abre un paréntesis, luego se procede a la división de cada término entre el factor común y el cociente de cada una de estas divisiones se va colocando dentro del paréntesis en su respectivo orden y teniendo en cuenta la ley de los signos), así:

A) $3ax+2ay-5abz = a(3x+2y-5bz)$

B) $$\begin{aligned}&-4a^2bx-2ab^2y-12a^2b^2c-30a^3bc^4xy^5 =\\&-2ab(2ax+by+6abc+15a^2c^3xy^5)\end{aligned}$$

C) $$\begin{aligned}&24mn^3-6m^2n^5+30abcm^2n^4-60a^2b^2c^2 =\\&6(4mn^3-m^2n^5+5abcm^2n^4-10a^2b^2c^2)\end{aligned}$$

D) $$\begin{aligned}&x^2y^3+4x^3y^2-6ax^3y^4-5x^5y^5 =\\&x^2y^2(y+4x-6axy^2-5x^3y^3)\end{aligned}$$

Antes de continuar con nuestro trabajo de la factorización hagamos memoria sobre los términos semejantes, pues ello es básico para poder identificar los factores comunes:

Términos semejantes: son aquellos que tienen exactamente la misma parte literal a manera de base, y estas bases tienen los mismos exponentes:

Ejemplos

Ejemplos$_1$:

Son semejantes $9x^2$ y x^2 porque ambos son x^2

Ejemplo$_2$:

x, 2x, 125x todos son x, luego son semejantes

Ejemplos$_3$:

No son semejantes a y a^2 porque tienen exponentes diferentes.

RECUERDA QUE:

Se denomina una expresión algebraica aquella formada por términos algebraicos los cuales se clasifican en monomios y polinomios.

Monomio es un término algebraico formado por un coeficiente numérico y variables elevadas a exponentes así:

Polinomio es una expresión formada por la unión de monomios así:

$3x + 2a^2$ es un polinomio formado por la suma de 3x y $2a^2$

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante, por ahora vamos a continuar con una miscelánea de problemas y en la clase daremos la ilustración necesaria a las situaciones que presenten cierta clase de duda.

MISCELÁNEA

Factoriza en los enteros, en caso de ser factible, cada una de las siguientes expresiones:

1-. $10abc + 20\ a^2bc^3 - 30\ axy$

2-. $3xy + 12x^2y^3z^4 – 24abcx - 6x$

3-. $4x^2 – a^4$

4-. $(x – y)^2 – (m – n)^2$

5-. $X^5 + x^3 + x$

6-. $X^{5x} - x^{3x}y^{yx}$

¡PILAS CON LA REGLA DE RUFFINI!

7-. $9x^2 – 6x + 1$

8-. $3^{2k} – 3^k - 20$

9-. $X^3 – 9y^2 – 27y^3 + x^2$

10-. $M^{13} – M$

11-. $\frac{8}{x^3} - y^3 - \frac{8n^2}{x^3} + n^2y^3$

12-. $6m^2 + 7m – 3$

13-. $6m^6 – 17m^3 – 45$

14-. $H^6 – 1$

15-. $15q^4 – 17q^2 – 4$

16-. $Z^2 + 3z – 18$

17-. $8(a – 1)^3 – 27$

18-. $x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9}$

19-. $R^6 + 4R^3 - 77$

20-. $6x^2 + 7x – 3$

21-. $8 – (3 + x)^3$

22-. $Ax + A – x – 1$

23-. $M^4 - 64N^4$

24-. $X^4 + X^2Y^2 + Y^4$

25-. $1 – 9f^2 + 24fg – 16g^2$

26-. $A^6 - 4A^3 – 480$

27-. $M^4 + M^2 + 25$

28-. $Q^2 + Q – 42$

29-. $T^4 - 8T^2 – 240$

30-. $X^2 – Y^2 + X^3 – Y^3$

31-. $E^4 + E^2 + 1$

32-. $1 – W^{12}$

33-. $X^2 – WX + XY – WY + XZ – WZ$

34-. $X(A + B) – A – B + 3A + 3B$

35-. $(W – X)^4 – 7 – (W – X)^0$ (CON $W \neq X$)

36-. $2^{2X} – 2^{X+1} – 3$ 37-. $2L^2 – 15L + 22$

38-. $X^4 – 7X^3 + 13X^2 + 3X – 18$

39-. $A^{3X} + 7A^{2X} – 8A^X$ 40-. $4^{X-1} - 2^{X+1} + 4$

41-. $3^{2X-4} + 2.\ 3^{2-X} + 9^{4-2X}$

42-. $49^{X-3} – 7^{X-3} – 12$

43-. $25^{2N+1} – 5.\ 5^{2N} – 12$

44-. $15.\ 2^{2M-2} + 14.\ 2^{M-1} – 8$

45-. $X^2 + 7X + Y^2 – 7Y – 2XY – 8$

46-. $1 + Z^{10} – 2Z^5$

47-. $9 – N^2 – 25 – 10N$

48-. $(7A^2)^2 + 24(7A^2) + 128$

49-. $AM – 6BN – 3AN + 2BM$

50-. $ABD + ABE + ACD + ACE + B^2D + B^2E + BCD + BCE$

51-. $\frac{X^6}{49} - \frac{144A^{10}B^{12}}{900}$

52-. $4A^2 – 9X^2 + 49B^2 – 30XY – 25Y^2 - 28AB$

53-. $\frac{196x^8y^{12}z^{20}}{225a^8b^{16}} - \frac{400m^{24}n^{8m}}{10000h^{2m}k^{18mnpq}}$

54-. En la miscelánea de la **Matemática Progresiva** para el grado octavo, en el ejercicio 63, aparece:

$$X^4 + B^4 + C^4 - 2B^2X^2 - 2C^2X^2 - 2B^2C^2$$

Demuestre que la factorización completa queda:

$$(X-B+C)(X+B-C)(X-B-C)(X+B+C)$$

** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS **

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE

TALLER NÚMERO SEIS: FRACCIONES ALGEBRAICAS

ESTUDIANTE: ____________________________ ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más PASIÓN.
La simplificación de fracciones algebraicas es uno de los temas más que pueden poner a prueba tu capacidad de análisis y de síntesis a la par que tu creatividad. Este tema en verdad, aun cuando inicialmente parece abstruso, difícil y muy abstracto, a la postre se tornará atractivo y **“engomador”,** si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si lo hacer, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un “poceto” de la simplificación de fracciones algebraicas y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer las fracciones algebraicas reducibles e irreducibles.
- Aplicar de forma excelente los casos de factorización para simplificar fracciones algebraicas.
- Operar las fracciones algebraicas con suma resta multiplicación y división.

FRACCIONES ALGEBRAICAS

Son expresiones racionales que presentan variables por lo menos en el denominador, tales como:

A) $\dfrac{3x-5}{7x-2}$

B) $\dfrac{3x^4+7x^3-5x^2+x-9}{7x^4-2x^3-11x^2-8x+4}$

La simplificación de las fracciones algebraicas consiste las más de las veces en factorizar el denominador y el numerador para luego cancelar los factores comunes.

Ejemplos:

Ejemplo$_1$

$$\frac{x^2-4}{x^2-x-2}=$$
$$\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)}=$$
$$\frac{x+2}{x-1}$$

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante, por ahora vamos a continuar con una miscelánea de problemas y en la clase daremos la ilustración necesaria.

MISCELÁNEA

Simplifica completamente cada una de las siguientes fracciones algebraicas:

1-. $\dfrac{X^3Y - XY^3}{X^2Y - XY^2}$ 2-. $\dfrac{X^2 - 4XY + 3Y^2}{Y^2 - X^2}$

3-. $\dfrac{A^{2X+1} - A^{2X}B}{A^{X+3} - A^X B}$

4-. $\dfrac{2X+1}{X^2+2X} - \dfrac{2X-2}{X^2+X-2}$

5-. $\dfrac{3}{A} - \dfrac{2}{A+1} + \dfrac{2}{A^2}$ 6-. $\dfrac{3}{X-2} - \dfrac{2}{X+2} - \dfrac{X}{X^2-4}$

7-. $\dfrac{9}{3X+3} \cdot \dfrac{X^2-1}{6}$ 8-. $\dfrac{6X-12}{4XY+4X} \cdot \dfrac{Y^2-1}{X^2-3X+2}$

9-. $\dfrac{6X^{A+B}}{4Y^{A-B}} / \dfrac{3Y^{B-A}}{8X^{A-B}}$ 10-. $\dfrac{A+2AB}{2A^2} / \dfrac{2B+1}{6A}$

11-. $\dfrac{2M^2 - 5M + 2}{\dfrac{2M-1}{3}}$ 12-. $\dfrac{\dfrac{X+Y}{3X^2}}{\dfrac{X-Y}{X}}$

13-. $\dfrac{\dfrac{A+B}{A-B} - \dfrac{A-B}{A+B}}{1 + \dfrac{A-B}{A+B}}$

14-. $\dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{X}}}$ 15-. $3 - \dfrac{4}{1 - \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{A}}}$

16-. $1 - \dfrac{1}{2 - \dfrac{1}{3 - \dfrac{2A+1}{2A-1}}}$ 17-. $\dfrac{\dfrac{F+1}{F-1} - \dfrac{F-1}{F+1}}{\dfrac{1}{F+1} + \dfrac{1}{F-1}}$

18-. $\dfrac{R}{(S-R)(R-T)} + \dfrac{T}{(R-T)(T-S)} + \dfrac{S}{(T-S)(S-R)}$

19-. $\dfrac{X^2 - Y^2}{X} \cdot \left(\dfrac{X-Y}{X+Y} - \dfrac{X+Y}{X-Y} \right)$

20-. $\dfrac{1}{A-1} + \dfrac{1}{(A-1)(A+2)} + \dfrac{A+1}{(A+1)(A+2)(A+3)}$

21-. $\dfrac{X-2}{X-1} + \dfrac{X+3}{X+2} + \dfrac{X+1}{X-3}$

22-. $\dfrac{1}{3-3B} - \dfrac{1}{3+3B} + \dfrac{B}{6+6B^2} - \dfrac{B}{2-2B^2}$

23-. $\dfrac{\dfrac{2X^2 + 7XY - 15Y^2}{X^3 + 4X^2Y}}{\dfrac{X^2 - 3XY - 40Y^2}{X^2 - 4XY - 32Y^2}}$

24-. $\dfrac{\dfrac{R^3+8}{R^2+4R+4} \cdot \dfrac{R^2-2R}{8-2R-R^2}}{\dfrac{R^3 - 2R^2 + 4R}{R+4}}$

25-. $\dfrac{2}{x-3} + \dfrac{5}{x+2} - \dfrac{4x-7}{x^2-x-6}$

26-. $\dfrac{p}{3p+6} - \dfrac{1}{6p+12} + \dfrac{p+13}{12p+24}$

27-. $\dfrac{9}{x-3y} - \dfrac{10y}{(x+3y)(x-3y)} - \dfrac{24x}{x^2-9y^2}$

28-. $\dfrac{m}{m+n} + \dfrac{2b}{3a} - \dfrac{2}{3}$

29-. $\dfrac{m+3}{m^2-1} + \dfrac{m-1}{2m+2} - \dfrac{m-4}{4m-4}$

30-. $\dfrac{a-b}{a+b} - \dfrac{a+b}{a-b} + \dfrac{4a^2}{a^2-b^2}$

31-. $\dfrac{a-1}{3a+3}-\dfrac{a-2}{6a-6}+\dfrac{a^2+2a-6}{9a^2-9}$

32-. $\dfrac{1}{a^2-2a-24}+\dfrac{2}{a^2-2a-8}-\dfrac{3}{a^2+8a+12}$

33-. $\dfrac{a^3}{a^3+1}+\dfrac{a+3}{a^2-a+1}-\dfrac{a-1}{a+1}$

34-. $\dfrac{k+5}{k^2+k-12}+\dfrac{k+4}{k^2+2k-15}+\dfrac{k-3}{k^2+9k+20}$

35-.
$\dfrac{3a}{2a^2-2a-4}-\dfrac{a-1}{4a^2+8a-32}-\dfrac{10a-1}{8a^2+40a+32}$

36-. $\dfrac{1}{4a-12x}-\dfrac{a^2+9x^2}{a^3-27x^3}-\dfrac{a}{a^2+3ax+9x^2}$

37-. $\dfrac{4x^2-1}{2x^2-8}-\dfrac{(x-1)^2}{x^2+4x+4}-\dfrac{x+3}{x-2}$

38-. $\dfrac{2x}{3x^2+11x+6}+\dfrac{x+1}{x^2-9}+\dfrac{1}{3x+2}$

39-. $\dfrac{7}{2x^2+5x+3}-\dfrac{-3}{2x^2-x-6}+\dfrac{3}{x^2-x-2}$

40-. $\dfrac{x+5}{x^3+1}-\dfrac{8x}{x+1}+\dfrac{7}{x^2-x+1}$

41-. $\dfrac{5x^2}{7y^3+1}X\dfrac{4y^2}{x+1}X\dfrac{14m}{5x^4}$

42-. $\dfrac{5x+25}{14}X\dfrac{7x+7}{10x+5}$

43-. $\dfrac{xy-2y^2}{x^2+xy}X\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2-2xy}$

44-. $\dfrac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+2xy}X\dfrac{x^2}{x^2-4y^2}$

45-. $\dfrac{x^3+6x^2y+9xy^2}{2x^2y+7xy^2+3y^3}\textit{dividido}$
$\textit{entre}\dfrac{8x^2-2xy-y^2}{4x^2-y^2}$

46-. $\dfrac{x^2-3xy-10y^2}{x^2-2xy-8y^2}x\dfrac{x^2-16y^2}{x^2+4xy}$

47-. $\dfrac{(x+y)^2-R^2}{(x+R)^2-y^2}x\dfrac{(x-y)^2-R^2}{x^2+xy-xR}$

48-. $\dfrac{16x^2-24xy+9y^2}{16x-12y}/\dfrac{64x^3-27y^3}{x^2-9y^2}$

49-. Simplificar: $\dfrac{\mathbf{8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3}}{\mathbf{6x^2+xy-y^2}}$

50-. Simplificar $\dfrac{\dfrac{\mathbf{c^4}}{\mathbf{9a^2-b^2}}\cdot\dfrac{\mathbf{27a^3-b^3}}{\mathbf{ac+bc}}}{\dfrac{\mathbf{ac^3-bc^3}}{\mathbf{36a^2-2ab-b^2}}}$

51-. $\dfrac{\dfrac{\mathbf{3u^2+10uv+3v^2}}{\mathbf{2u^2+5uv-3v^2}}\cdot\dfrac{\mathbf{2u-v}}{\mathbf{u+3v}}}{\dfrac{\mathbf{6u^2+11uv+3v^2}}{\mathbf{4u^2+12uv+9v^2}}}$

PARA QUIEN ESTUDIA EL CONOCIMIENTO PIERDE SU CALIDAD DE INFINITO Y SE PERCIBE TAN CERCANO, COMO UNA CARICIA… COMO UN BESO…

"There aren't any icons to click. It's a chalk board."

** **INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS** **

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO SIETE: ECUACIONES LINEALES Y APLICACIONES

ESTUDIANTE: ____________________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

En los siguientes ejercicios hallar el valor de "X" que satisface cada ecuación, en caso de que exista.

1-. $x-17=3X+7$

2-. $x-\left[4-2X-(X+13)+2X-1\right]=-3$

3-. $5x-\dfrac{X}{3}=11$

4-. $3(x-\dfrac{X}{3}+2)-4(5-4X)=-8$

5-. $5=4(1-3X)-8(5-2X)-8$

6-.
$-5-\left\{X+4\left[3(1-2X)+5(7-2X)-11X\right]+3+3X\right\}$

7-. $3(X^2-4)-8X=3(5+X^2)$

8-. $(X-1)^2-(X+4)^2=2X-6$

9-. $$\begin{aligned}&5(X+1)-3(2-X)+4(3X+11)-18X=\\&3X-4(X-3)+7(1-X)-5(1-3X)+1\end{aligned}$$

10-. $(X-2)^2-(X+4)^2=0$

11-.
$X^2-\left[3(X+1)-4(2-3X)-7X+5\right]-(X+4)^2=2$

12-. $14X-(3X-2)-\left[3X-(2-7X)-4\right]=-5$

13-. $\dfrac{X-4}{5}-\dfrac{2-3X}{8}=7$

14-. $\dfrac{X}{2}-\dfrac{3-X}{5}=X+7$

15-. $\dfrac{7-11X}{5}+\dfrac{3-X}{4}=2$

16-. $\dfrac{X+1}{2}+\dfrac{2-X}{3}=\dfrac{4+X}{5}-2$

17-.
$$\frac{7(3-2X)}{2}-\frac{5(4X+3)}{3}=\frac{4(1+2X)}{5}-\frac{-3(3-4X)}{12}+100$$

18-.
$$\frac{-2(3-2X)}{4}+\frac{3(4X+3)}{12}=\frac{5(1+2X)}{15}-\frac{2(3-4X)}{5}+100$$

19-. $\dfrac{8}{X+1}=\dfrac{5}{X+2}+1$

20-. $\dfrac{5}{3X-4}=\dfrac{4}{X+1}+1$

21-. $\dfrac{\dfrac{X-1}{2}+5}{X-1}=3$

22-. $\dfrac{5}{\dfrac{1-3X}{X-3}}=1$

23-. Las dos que siguen no son lineales, pero, ¿podrías resolverlas?

$$X^{X^{X^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}=2$$

$$x=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}$$

APLICACIONES

1-. Cuestionada una señorita por su edad, amante de las matemáticas contestó así: "Si a cuatro veces la edad que tendré dentro de cuatro años se le resta cuatro veces la edad que tenía hace cuatro años, el resultado es justo mi edad" Hallar la edad actual de la señorita.

2-. Lo que ha transcurrido del día de hoy es un tercio de lo que falta. ¿Qué hora es?

3-. Una panela pesa libra y media más media panela. ¿Cuánto pesas tres panelas?

4-. El Chapulín y Kilo pueden hacer una obra en 20 días. Si el Chapulín solo la puede realizar en 25 días, ¿en cuántos días la realiza solo Kilo?

5-. 12 tabletas de quitacólico cuestan $ 3000. Dichas grageas se empacan en frascos de 15 decenas y se vende el frasco a $ 33.000. Si se compra un frasco, ¿cuál es el ahorro por docena?

6-. Una vendedora de pispirispis, en la primera oferta vende la mitad de los pispirispis más dos, en la segunda oferta venta la mitad del resto más dos, y en la tercera oferta vende la mitad de los restantes más dos. Si se quedó con dos pispirispis, ¿con cuántos pispirispis inició la venta?

7-. ¿Cuál es la cantidad de litros agua que había en un barril, siendo que inicialmente se sacó 1/5 del total, y luego se sacó ¼ del resto, y aun quedan 60 litros?

8-. Un grupo de trabajadores puede realizar una labor en ocho días. Después de que éste ha estado trabajando 3 días, se incorpora un segundo grupo, y juntos, terminan la obra en tres días más. Hallar el tiempo que tardaría en realizar dicha labor el segundo grupo si trabaja solo.

9-. Un obrero puede hacer un trabajo en tres días mientras que otro puede hacer el mismo trabajo en el doble de tiempo. ¿Cuánto tardarán los dos si realizan el trabajo conjuntamente?

10-. La velocidad en aguas tranquilas de una lancha es de 25 km/h. Sabiendo que cuando avanza contra la corriente recorre 4,2 km y cuando avanza a favor de la corriente recorre 5,8 kilómetros en el mismo tiempo, halle la velocidad de la aguas del río.

11-. Una vendedora gana un salario base de $ 360.000 al mes, más una comisión del 10% de las ventas que haga. Descubre que en promedio, le toma 1,5 horas realizar ventas por valor de $60.000. ¿Cuántas horas deberá trabajar en promedio cada mes, para que sus ingresos sean de $ 1.400.000?

12-. Un comerciante ha comprado 1000 reses a $ 450.000 cada una. Vendió 400 de ellas obteniendo una ganancia del 25%. ¿A qué precio debe vender las restantes para que la utilidad promedio del lote completo sea del $ 30.

13-. La señora Valeria va a invertir 70.000 Euros. Ella quiere un ingreso anual del 5000 Euros. Puede invertir sus fondos en bonos del gobierno al 6% o, con mayor riesgo, al 8,5% en una compañía particular. ¿Cómo deberá invertir su dinero de tal manera que minimice los riesgos y obtenga el ingresa anual que desea?

14-. Una compañía vinícola requiere producir 10.000 litros de jerez encabezando vino blanco, que tiene un contenido de alcohol del 10%, con brandy, el cual tiene un contenido de alcohol del 35% por volumen. El jerez debe tener un contenido de alcohol del 15%. Determine las cantidades de vino blanco y de brandy que deben mezclarse para obtener el resultado deseado.

15-. Un comerciante ofrece un 30% de descuento al precio marcado de un artículo y aun obtiene una utilidad del 10% Si le cuesta 35 dólares al comerciante, ¿cuál debe ser el precio marcado?

16-. Un comerciante vende un reloj por 75000 pesos. Su utilidad porcentual fue igual al precio de costo en pesos. Encuentre el precio de costo del reloj.

17-. Una persona de 1,80 metros de altura, desea calcular la altura de cierto edificio. Para esto, mide la sombra del edificio y observa que tiene 8,40 metros, mientras que su propia tiene una longitud de 1,05 metros. ¿Cuál es la altura del edificio?

18-. Un fabricante de refrescos produce uno de naranja que es anunciado como "sabor natural" aunque solo contiene 5% de jugo. Una nueva reglamentación gubernamental estipula que para que una bebida se anuncie como "natural" deberá contener por lo menos el 10% de jugo de fruta. ¿Cuánto jugo de naranja se debe agregar a 900 galones de refresco de naranja, para cumplir con la nueva reglamentación?

19-. Un estudiante de administración de empresas de primer semestre de la Universidad del Valle Sede Norte del Cauca, ha sacado las siguientes notas en los parciales de matemática básica: 2,4; 3,5 y 4,3. Si requiere un promedio de por lo menos 3,8 para pasar la materia, ¿cuál debe ser la nota de su cuarto examen para lograrlo?

20-. Unos estudiantes de física del Liceo Francisco José de Caldas, inventaron su propia escala de temperaturas, la cual llamaron "**Ardientis**", en la cuál el punto de fusión del hielo es 10^oA, y el punto de ebullición del agua es de 160^oA. Cuando dicho termómetro marca 61^oA, ¿cuál es su temperatura en grados Celsius?

21-. Un auto recorre 120 Km de A a B a una velocidad de 30 Km/h y de regreso recorre la misma distancia a 40 Km/h. Halle la velocidad promedio del viaje redondo.

22-. Una cuadrilla de segadores está compuesta por sus tres cuartas partes más tres cuartos de hombre. ¿Cuántos hombres componen la cuadrilla?

23-. ¿Qué es más, el 25,43% de 75,87 o el 75,87% de 25,43?

24-. Un viajante recorrió en coche 5000 Km., permutando regularmente las ruedas (incluida la de repuesto) para que todas sufrieran igual desgaste. Al terminar el viaje, ¿durante cuántos kilómetros ha sido utilizada cada rueda?

25-. Cierto pequeño granjero no tenía dinero para pagar sus impuestos. Como consecuencia, el recaudador real de impuestos le quitó un décimo de sus tierras. Al granjero le quedaron 10 Ha. ¿Cuánta tierra tenía al principio?

26-. Cuatro amigos se reúnen en un bar y consumen entre todos 16 cervezas. Cuando piden la cuenta pretenden pagar cada uno lo suyo. ¿Cuántas cervezas deben pagar cada amigo sabiendo que cada uno de ellos tomó dos cervezas más y/o dos cervezas menos que otro?

27-. Una gallina pone dos huevos en tres días. ¿Cuántos días se necesitan para que cuatro gallinas pongan dos docenas de huevos?

28-. Se tienen siete cajas, individuales y separadas de igual tamaño. Dentro de cada caja hay otras diez más pequeñas y en cada una de éstas otras doce aún menores. ¿Cuántas cajas hay en total?

29-. ¿Cuántos años bisiestos hay entre el año 1000 y el año 2000 ambos inclusive?

30-. Hállese el numero que dividido por 10 da residuo 9, cuando se divide por 9 da residuo 8, cuando se divide por 8 da residuo 7, etc., y cuando se divide por 2 da residuo 1.

31-. Se tienen dos vasos idénticos, el uno con cierta cantidad de agua y el otro con igual cantidad de vino. Se toma una cucharada de agua del vaso correspondiente y se echa en el vaso con el vino, luego se toma una cucharada de mezcla del vaso que tenía el vino, y se echa en el vaso con el agua. ¿Habrá más agua en el vino que vino en el agua o más vino en el agua que agua en el vino?

32-. Un comerciante compró mercancías con un descuento del 20% del precio de lista. Quiere ponerles un precio en tal forma que pueda dar un descuento del 20% del precio fijado por él y poder hacer una ganancia del 20% al precio de venta. Halle el porcentaje que debe aumentar al precio de lista

33-. De un depósito de 100 litros de capacidad, lleno de alcohol puro, se saca una cierta cantidad de alcohol y se reemplaza por agua. Se saca después la misma cantidad de mezcla y se reemplaza por agua, quedando 30 litros de esta última mezcla con un 49% de alcohol. Determinar la cantidad de líquido que se ha sacado

34-. Un grupo de estudiantes celebraron una fiesta a la cual asistieron 64 personas. Ana bailó con 5 caballeros, Dora bailó con 6, Sandra bailó con 7 y así hasta llegar a Pamela que bailó con todos ellos. ¿Cuántos caballeros había en la fiesta?

35-. Dos poblaciones A y B distan 90 Km. De A parten simultáneamente en dirección a B un peatón y un coche con un viajero. En cierto punto intermedio C, se apea el viajero del coche y continúa a pie hasta B. El coche vuelve en busca del peatón y lo lleva hasta B, llegando al mismo tiempo que el viajero que se bajó en C. Si las velocidades del coche y de los peatones son constantes y valen 60 Km/h y 5 Km/h., ¿cuál es el tiempo total de viaje?

36-. Un lebrel persigue a una liebre que le lleva 30 saltos de ventaja. El lebrel da 3 saltos cada vez que la liebre da 4; pero 2 saltos del lebrel equivalen a 3 de la liebre. ¿Cuántos saltos debe dar el lebrel para alcanzar a la liebre?

37-. En una reunión hubo cierto número de apretones de mano. Una persona notó, que si hubieran asistido 5 personas menos el número de apretones se habría decrementado en 235. Si todas las personas fueron corteses, cuántas había en la reunión?

38-. Un tendero inescrupuloso en la noche, a cada artículo le sube el 20%, y al día siguiente ofrece los artículos con una rebaja del 20%. Si alguien compra un artículo, obtiene rebaja? Si es así, de cuánto? Justifique su respuesta.

39-. En una reunión hubo cierto número de apretones de mano. Una persona notó, que si hubieran asistido 6 personas más, el número de apretones se habría incrementado en 219. Si todas las personas fueron corteses, ¿cuántas había en la reunión?

40-. Un señor cobra un salario S, pero le hacen una retención en la fuente del F%, para que su salario, no salga disminuido, ¿por cuánto debe presentar la cuenta de cobro?

UNOS FACILONGOS…

41-. Un grupo de amigos quiere repartirse una colección de discos. Si se llevan de a 3 cada uno, sobran 5, y si toman 4, falta 1. ¿Cuántos amigos son y cuántos discos tiene la colección?

42-. En la clase A hay el doble de alumnos que en la clase B .Si nueve alumnos de la clase B pasaran a la clase A ,habría en A cinco veces el número de alumnos que en la clase B . Hallar el número de alumnos que hay en cada clase.

43-. Un librero vende 84 libros a dos precios distintos: unos a 45 pts y otros a 36 pts, obteniendo de la venta 3105 pts.¿ Cuántos libros vendió de cada clase ?

44-. Un grupo de amigos está jugando a los chinos con monedas de 25 y 5 pts. Al abrir abrir las manos cuentan 8 monedas con un valor de 140 pts.¿ Cuántas monedas hay de cada clase ?

45-. Una madre y sus dos hijos tienen en conjunto 60 años. Halla la edad de cada uno sabiendo que el hijo mayor tiene tres veces la edad del menor, y que la madre tiene el doble de la suma de las edades de los hijos.

46-. La suma de las edades de tres personas es 100 años. Halla la edad de cada una sabiendo que la mediana tiene 10 años más que la menor y la mayor tiene tantos años como las otras dos juntas.

47-. En una granja hay cerdos, toros y caballos, en total 64 animales. Sabiendo que el número de toros representa los ¾ del número de cerdos, y el de caballos los 2/3 del de toros, ¿cuántos animales de cada clase hay en la granja?

48-. Una nave espacial almacena alimentos para 8 astronautas y para 15 días. Si en la nave viajan 6 astronautas, ¿para cuántos días disponen de alimentos? Razona la respuesta.

49-. El telón de un teatro mide 18 metros de largo por 4’5 metros de alto y pesa 103’5 kg. ¿Cuánto pesará otro telón de 21 metros de largo y 6 metros de alto si está confeccionado con la misma tela? Razona la respuesta.

50-. ¿Cuánto tiempo tardará un capital colocado al 6% en producir 1/5 de su valor? Razona la respuesta.

51-. Un comerciante dispone de dos clases de té: té de Ceilán a 600 ptas/kg y té de la India a 800 ptas/kg. ¿Cuántos kg hay que mezclar da cada clase de té para obtener 300 kg de una mezcla a 750 ptas/kg? Razona la respuesta.

52-. Un avión vuela a 600 Km/h cuando no hace viento y puede llevar combustible para 4 horas. Cuando va a salir hace un viento de 60 Km/h que se mantendrá según los pronósticos durante todo el trayecto. ¿Cuántos Km., puede alejarse de la base de modo que pueda regresar sin repostar?

53-. En una tienda venden un artículo por 8400 pta. después de hacer una rebaja del 30% sobre el precio marcado .Si el comerciante fija los precios de venta aumentando en un 140% el precio de coste de cada artículo ¿Cuánto habrá ganado de en dicha venta?

54-. Tres amigos han cobrado 65000 pts. por hacer un trabajo . Si el primero ha dedicado 10 horas y el segundo el triple de horas que el tercero, sabiendo que este ultimo ha cobrado 10000 pts ¿Cuántas horas han trabajado cada uno?,¿ cuánto han cobrado por hora

55-.En un triángulo isósceles las longitudes de los lados iguales suman 26 cm. y el área es 60 cm^2. Halla la longitud del lado desigual y la altura del triángulo.

56-. Para pagar una multa fuera de plazo un conductor ha tenido que abonar un recargo del 25%. Habiendo desembolsado un total de 3125 pts, calcular el importe inicial de la multa y del recargo.

57-. En una clase de 35 alumnos y alumnas, han aprobado las Matemáticas el 805 de las chicas y el 60% de los chicos. ¿Cuántas alumnas tiene la clase, si el número de chicas que han aprobado es el mismo que el de chicos? ¿Y cuántos chicos?

58-. Encuentra un número positivo tal que dos veces su cuarta potencia más nueve veces su cuadrado sea igual a 68.

59**-.** Dos hermanos, mientras charlan, concluyen que entre ambos tienen 29 años, y el uno le dice al otro: dentro de ocho años mi edad será el doble de la tuya. ¿Cuántos años tiene cada uno en la actualidad?

60-. El cuadro que figura al margen indica la distancia a que se encuentra de su casa un ciclista en función del tiempo transcurrido

Tiempo transcurrido X horas	Distancia a que se encuentra Y km.
0	12
1	28
2	44
3	60

a) Representa gráficamente los datos de la tabla
b) ¿Cuál sería la expresión analítica de la función que nos indica la distancia a partir del tiempo?
c) ¿A qué distancia se encontrará al cabo de 2,5 horas

61-. El depósito de agua potable de un barco dispone de agua para 30 tripulantes durante 10 días. Si el viaje que van a realizar estiman que dure 30 días. ¿Cuántos tripulantes puede llevar?

62-. Se quiere repartir una gratificación de 150000 ptas. entre tres obreros de forma proporcional a los días trabajados, que son 2, 3 y 5 días. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS **

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO OCHO:
ECUACIONES CUADRÁTICAS, CON RADICALES Y APLICACIONES

ESTUDIANTE: ____________________________ ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

A) Halle el valor de “X” que satisface cada una de las siguientes ecuaciones, si es que existe.

1-. $22 = 4X^2 + 3X$

2-. $5X = 3X^2 + 2$

3-. $5X^2 - 7X - 90 = 0$

4-. $X(X+3) = 5X + 3$

5-. $3(3X-2) = (X+4)(4-X)$

6-. $3X(X-2) - (X-6) = 23(X-3)$

7-. $(X+4)^3 - (X-3)^3 = 343$

8-. $9X + 1 = 3(X^2 - 5) - (X-3)(X+2)$

9-. $\frac{X^2}{5} - \frac{X}{2} = \frac{3}{10}$

10-. $\frac{1}{4}(X-4) + \frac{2}{5}(X-5) = \frac{1}{5}(X^2 - 53)$

11-. $\frac{8X}{3X+5} + \frac{5X-1}{X+1} = 3$

12-. $\frac{5X-8}{X-1} = \frac{7X-4}{X+2}$

13-. $\frac{1}{4-X} - \frac{1}{6} = \frac{1}{X+1}$

14-. $\frac{5}{X^2-1} - \frac{6}{X+1} = \frac{29}{8}$

15-. $\frac{3}{X+2} - \frac{1}{X-2} = \frac{1}{X+1}$

16-. $\frac{X+1}{X-1} - \frac{X+4}{X-2} = 1$

17-. $\frac{X-1}{X+1} - \frac{X-3}{X-2} = 0$

18-. $\frac{X-1}{X+1} - \frac{X-3}{X-2} = \frac{1}{2}$

19-. $\frac{(x-2)(x+2)}{5} = \left(\frac{x}{3}\right)^2$

20-. $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

21-. $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0.$

22-. $\frac{2}{x} - \frac{4}{x+1} = x - 1$

23-. **2(x-1) = 3x² – 10**

24-. $\frac{2}{x-3} - \frac{5}{x+1} = \frac{x}{4}$

B) Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique la validez de sus respuestas:

1-. $x + \sqrt{4x+1} = 5$

2-. $\sqrt{5X-1} + \sqrt{X+3} = 4$

3-. $\sqrt{X} + \frac{4}{\sqrt{X}} = 5$

4-. $\sqrt{2X + \sqrt{4X-3}} = 3$

5-. $4 + \sqrt{x+2} = \frac{4x}{7}$

6-. $\sqrt{x} + 1 = \sqrt{x-3} + 2$

7-. $\sqrt{2x+10} - \sqrt{2x+3} = 1$

8-. $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = -1$

9-. $\sqrt{5x-1} = 1 + \sqrt{x}$

10-. $\sqrt{2-x} + 2\sqrt{13+2x} = 8$

11-. $\sqrt{1-x} + \sqrt{2x+7} = 3$

12-. *** $\sqrt{X+\sqrt{X+2\sqrt{X-1}}}=2$

13-. $7-\sqrt{x+2}=4\sqrt{8-x}$

14-. *** $\sqrt{X+\sqrt{2X+\sqrt{3X+1}}+1}=2$

15-. $\sqrt[x]{\mathbf{128}}+\sqrt[2x]{\mathbf{128}}=\mathbf{20}$

16-. Transformar en suma de radicales simples:

$$\sqrt{\mathbf{a}+\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{b(a-b)}}}$$

17-. Resuelva para X:

$$\frac{\mathbf{a+2x}+\sqrt{\mathbf{a^2-4x^2}}}{\mathbf{a+2x}-\sqrt{\mathbf{a^2-4x^2}}}=\frac{\mathbf{3x}}{\mathbf{a}}$$

18-. Dado $\sqrt[3]{\sqrt{\mathbf{x}}+\mathbf{1}}-\sqrt[3]{\sqrt{\mathbf{x}}-\mathbf{1}}=\sqrt[6]{\mathbf{x-1}}$ evaluar

$$\mathbf{K}=\sqrt{\mathbf{8x-1}}$$

C) Hallar las ecuaciones cuyas raíces son las que se indican:

1-. 1 y 2

2-. $\frac{4}{3}y\frac{-2}{5}$

3-. $2+\sqrt{2}$ y $2-\sqrt{2}$

4-. -3 + 2i y -3 - 2i

5-. i y – i

6-. 1- i y 1 + i

D) Hallar el valor de la constante K en cada caso para que se satisfaga la ecuación dada:

1-. $2x^2-Kx+4=0$ (-3 es una raíz)

2-. $(K+2)x^2+5x+2K=0$ (El producto de las raíces es 2/3)

3-. $2x^2-12x+K+2=0$ (La diferencia de sus raíces es 2)

E) En la ecuación x^2 + mx - 16 =0, ¿qué valor debe tener m para que las raíces sean opuestas?

F) Razona qué soluciones tendrá la siguiente ecuación según los valores que tome el parámetro m : $x^2 + mx + 9 = 0$

G) Analiza y resuelve la situación planteada en cada punto

1. ¿Para qué valor de **m,** una de las raíces de la ecuación $\mathbf{x^2 - 20x} + m \mathbf{= 0}$ es, triple de la otra?

2. Determina **m** en la ecuación $\mathbf{x^2} - m\mathbf{x + 36 = 0}$ para que las dos raíces sean iguales.

3. Una ecuación de segundo grado con una incógnita tiene una raíz igual a -3 y el término independiente es 12. Calcula la otra raíz y escribe la ecuación.

4. Sabiendo que 8/35 es una raíz de la ecuación $35x^2 + 62x - 16 = 0$, halla la otra raíz sin resolver la ecuación. Explica cómo lo haces.

5. Halla el valor de *s* en la ecuación $\mathbf{x^2} + s\mathbf{x - 24 = 0}$, sabiendo que una de las raíces es -3.

6. Descompón $\mathbf{30x^2 - 11x + 1}$ en producto de dos factores de primer grado.

7. Calcula el valor de **m** para que la ecuación: $(m-1)\mathbf{x^2 - 6x = 1}$ tenga una raíz doble. ¿Cuánto vale la raíz?

8. Determina el valor de **m** en la ecuación: $\mathbf{x^2} + m\mathbf{x + 21 = 0}$, sabiendo que la diferencia de sus dos raíces es 4.

9. Te dicen que la suma de dos números es 17/3 y su producto 10/3. Escribe una ecuación cuyas raíces sean esos números.

10. ¿Qué valor debes dar a **m** para que una de las raíces de la ecuación $\mathbf{x^2} - m\mathbf{x + 8 = 0}$, sea 4?. Explícalo por dos procedimientos.

11. Determina el valor de **m** para que la ecuación $\mathbf{x^2 - 8}m\mathbf{x} + m \mathbf{+ 1 = 0}$ tenga una raíz triple de la otra. Después resuelve la ecuación propuesta.

12. Resuelve la ecuación:

$$\frac{x+4}{x-4}-\frac{x-4}{x+4}=\frac{24}{x^2-16}$$

13. Ídem: $\left(1-\frac{2}{3-x}\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)=2$

14. La ecuación $\mathbf{x^2} + b\mathbf{x + 5 = 0}$, ¿puede tener a 3/4 y a 7 por raíces? ¿Por qué? Si una raíz es 3/4, ¿cuál será la otra?.

15. En la ecuación $\mathbf{x^2 - (5} + m\mathbf{)x + 2 = 0}$ halla *m* para que las dos raíces sean iguales.

16. En la ecuación $\mathbf{x^2 - 6x + 15} + m \mathbf{= 0}$, halla *m* para que una raíz sea doble de la otra. Explica el camino seguido.

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

1-. Hallar los valores máximo y/o mínimo de la función

$$y = x^2 - 4x + 8$$

2-. Hallar los valores máximo y/o mínimo de la función

$$y = -4x^2 + 20x + 12$$

3-. Una población de cierto tipo de bacterias crece de tal forma que en el tiempo t (en minutos), la población está dada por la fórmula:

$P_{(t)} = 12t^2 + 60t + 1000$. Para cierto instante un experimentador observa 1600 organismos. ¿Cuánto tiempo debe esperar para ver no menos de 7.000 bacterias?

4-. Usted es contratado(a) para hacer un aula, con la condición de que el aula sea rectangular, y el largo exceda al ancho en 10 metros. Si dispone de 60 metros para el contorno, halle las dimensiones del aula y el área de la misma.

5-. Una sala rectangular cuya longitud excede a su ancho en tres metros, requiere 42 metros cuadrados de alfombrado de pared a pared. Hallar las dimensiones de la sala.

6-. La rectora Martha desea construir un aula múltiple en la nueva sede del Liceo pedagógico, aprovechando un muro ya existente. Ella tiene para dicha construcción 120 metros lineales de pared. ¿Qué le recomienda usted respecto a las dimensiones del aula para que el área encerrada sea máxima?

7-. Hállese las dimensiones del grabado rectangular de mayor área que puede enmarcarse con 6,48 metros de moldura.

8-. Un terreno rectangular se cercó y se dividió en dos partes iguales por medio de una cerca paralela a uno de sus lados. Si se emplearon 600 metros de cerca. Hállese las dimensiones del terreno, si se sabe que se encerró la mayor área posible.

9-. Don **Pancracio** ha encontrado aceptable un precio unitario $p = 6 - 0,001x$ pesos el "pancacho" que produce (donde x es el número de unidades). ¿Cuántos "pancachos" debe vender para que el ingreso proveniente de su producción sea de $ 5.000?¿Qué ingreso obtiene cuando comercializa 1500 unidades? ¿Cuál es el máximo ingreso?

10-. Una población de organismos crece en forma tal que en el tiempo t(en minutos) la población está dada por la expresión: $P_{(t)} = 5t^2 + 90t$. En cierto instante t' un experimentador observa aproximadamente 600 organismos. ¿Cuánto tiempo debe esperar para la próxima observación, si quiere encontrar unos 2000 organismos?

12-. Una población de bacterias crece en forma tal que en el tiempo t(en minutos) la población está dada por la expresión: $P_{(t)} = 12t^2 + 60t + 1000$. En cierto instante un experimentador observa 1600 organismos. ¿Cuánto tiempo debe esperar para que en la siguiente observación vea no menos de 7.000 bacterias?

13-. Las ventas mensuales de x artículos, cuando el precio es $p = 180 - 3x$, tienen un costo de $C = 150 + 6x$. ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse para obtener utilidades por $ 20.000? ¿Cuál es el valor máximo de la utilidad?

14-. Las ventas mensuales de x artículos, cuando el precio es $p = 200 - 5x$, tienen un costo de $C = 650 + 7x$. ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse para obtener el máximo ingreso? ¿Para obtener la máxima utilidad? ¿Cuál es el valor de p para la máxima utilidad? ¿Para el máximo ingreso?

15-. Por los lados de un ángulo recto se mueven uniformemente dos cuerpos A y B en dirección al vértice del ángulo recto. La velocidad del cuerpo A es dos veces mayor que la del cuerpo B. después de 10 segundos la distancia entre A y B es de 100 metros. Hallar la velocidad de cada cuerpo, si al comenzar el movimiento A se hallaba a 500 metros del vértice y B a 200 metros.

16-. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba en condiciones ideales, y la altura como función del tiempo se expresa por: $h_{(t)} = -5t^2 + 50t + 10$ (t está dado en segundos y h esta dado en metros. Halle:

A) Altura a los 3 segundos
B) Altura a los 8 segundos
C) Tiempo de de ascenso
D) Tiempo de vuelo
E) Altura máxima

17-. Se tiene un edificio con 60 apartamentos y el alquiler de cada uno es de u$ 150 al mes, y se sabe que por cada u$ 3 que se incremente el alquiler de cada apartamento, uno de ellos queda desocupado sin posibilidad de arrendarlo. ¿Qué alquiler deberá fijar el administrador para obtener los mismos u$ 9.000 sin alquilar todos los apartamentos? Si el mantenimiento y otras actividades del edificio tienen un costo de u$ 5000, más u$ 50 por cada apartamento ocupado y u$ 20 por cada apartamento vacío, ¿qué deberá fijarse para que la utilidad sea de u$ 1225 mensuales? ¿Qué alquiler deja la máxima utilidad?

18-. Si un editor fija el precio de un libro en u$ 20 vende 20000 copias, y por cada incremento de u$1 en el precio de cada texto, las ventas caerán en 500 ejemplares. ¿Cuál deberá ser el precio para generar ingresos por u$ 425.000?¿ Si el costo de producir cada libro es de u$ 16, ¿qué precio deberá fijar el editor para que la utilidad sea de u$ 200.000? Si, además el editor debe pagar el 10% de las ventas por concepto de regalías al autor del libro, ¿qué precio debe fijar para que las utilidades sean de u$ 200.000?

19-. En una reunión hubo cierto número de apretones de mano, y una persona notó que si hubieran asistido 10 personas más, el numero de apretones de mano se habría incrementado en 445. Halle el total de apretones de mano.

20-. A un agricultor le faltan 21 plantas para formar un cuadrado perfecto en su plantación, y le sobran 10 plantas para formar una plantación cuadrada de una hilera menos. Halle el total de plantas que tiene el agricultor.

21-. Tengo un número tal de bolas de cristal que puedo formar con ellas un triángulo equilátero. Luego, gano otras tantas y puedo formar con ellas un cuadrado, de tal modo que en cada lado haya tantas bolas como tenía antes el triángulo y aún me sobran 20 bolas. ¿Cuántas bolas tenía al principio.

22-. En un plano se han dado varios puntos dispuestos de manera que tres cualquiera de ellos no se encuentran en línea recta. Determinar el número de puntos sabiendo que por ellos se pueden trazar en total 28 rectas distintas

23-. Una agencia inmoviliaria puede vender un edificio de 40 apartamentos a $ 14.000.000 cada uno. Su propietario asume que por cada $ 400.000 que le aumente a cada apartamento dejará de vender uno. ¿Cuántos apartamentos debe vender y a qué precio, para realizar una venta total de $ 560.000.000, sin vender todos los apartamentos?

24-.
Regocijanse los monos
Divididos en dos bandos
Su octaba parte al cuadrado
En el bosque se solaza.
Con alegres gritos doce
Atronando el campo están.
¿Sabes cuántos monos hay
en la manada en total?

25-. Un distribuidor de licores compra whisky a u$ 2 la botella y la vende a u$ p. El volumen de ventas X (en cientos de miles de botellas a la semana) está dado por X = 24 – 2p, cuando el precio es p. ¿Qué valor de p genera ingresos totales por u$ 7.000.000 a la semana? ¿Qué valor de p genera al distribuidor una utilidad de u$ 4.800.000 a la semana?

26-. ¿Cuál es el precio unitario que producirá una utilidad de $ 600 a la semana si el precio del artículo es p, x es el número de artículos que pueden venderse a la semana, y, x = 300(6 – p), además, cada artículo tiene un costo de fabricación de u$ 3.

27-. La distancia aproximada d (en pies) que recorre un conductor después de darse cuenta de que debe detenerse súbitamente está dada por lka fórmula siguiente, donde x es la rapidez del automóvil (en millas por hora):

$$d = x + \frac{x^2}{20}$$

Si el automóvil recorre 75 pies antes de detenerse, ¿cuál es su rapidez antes de la aplicación de los frenos?

28-. Dado que $x + y = 1$ y que $x^2 + y^2 = 4$, determine el valor de $x^3 + y^3$.

29-. La Institución Educativa Francisco José de Caldas tiene un aula múltiple con una capacidad de asientos de 15000 espectadores. Con el precio del boleto en u$12, la asistencia promedio en eventos académico-culturales ha sido de 11.000 personas. Una investigación hecha por lo estudiantes del grado undécimo indica que por cada dólar que se reduzca el precio del boleto, la asistencia promedio se incrementará en 1.000. ¡A qué precio deberán fijar los administrativos de la institución el precio del boleto para maximizar sus ingresos por la venta de los mismos?

30-. Determine dos números positivos cuya suma sea 100 y la suma de sus cuadrados sea mínima.

31-. La efectividad de un comercial de televisión depende de cuántas veces lo ve el espectador. Después de algunos experimentos, una agencia de publicidad determinó que si la efectividad E se mide en una escala de 0 a 10, entonces:

$$E = \frac{2}{3}n - \frac{1}{90}n^2$$

Donde n es el número de veces que un espectador ve un cierto comercial. Para que éste tenga una efectividad máxima, ¿cuántas veces deberá verlo un espectador?

32-. Obtenga dos números cuya diferencia es 100 y cuyo producto sea lo más pequeño posible.

33-. Obtenga dos números cuya suma es -24 y cuyo producto es máximo.

34-. Entre todos los rectángulos que tienen un perímetro de 64 centímetros, hallar aquel que tiene el área máxima.

35-. Determine el área del rectángulo más grande que puede inscribirse en un triángulo rectángulo de catetos 6 y 8 centímetros, si los lados del rectángulo están a lo largo de los catetos.

36-. Un granjero con 750 metros de cerca desea encerrar un área rectangular y después dividirla en cuatro corarles con cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Cuál es el área total más grande posible con los cuatro corrales?

37-. Un estudiante de la universidad del Valle con Sede en Santander de Quilichao, fabrica juegos matemáticos para niños en edad escolar y los vende en las escuelas locales. El material para cada juego cuesta u$ 6 y ha estado vendiendo aproximadamente 20 juegos por día a u$ 10 cada uno. Ahora se pregunta si debe o no subir el precio, por lo que realiza una encuesta y determina que por cada incremento de un dólar perdería dos ventas por día. ¿Cuál es el precio que debe establecer para los juegos didácticos con el fin de maximizar la utilidad?

38-. La producción de manzanas de cada árbol en un huerto es de (500 – 5x) kilos, en donde x es la densidad con que se plantan los árboles(es decir, el número de árboles por hectátrea). Determine el valor de x que haga que la producción total por hectarea sea máxima.

39-. Si las plantas de arroz se siembran con una densidad de x plantas por pie cuadrado, la producción de arroz en cierta plantación es de x(10 – 0,5x) bushel por acre. ¿Qué valor de x maximiza la producción por acre?

40-. Demuestre que el vértice de la parabola cuya ecuación es $y = a(x-h)^2 + k$ está en el punto (h,k).

41-. La utilidad $P_{(x)}$ obtenida por fabricar y vender x unidades de cierto producto está dada por:

$P_{(x)} = 60x - x^2$, dólares. ¿para que cantidad de unidades comercializadas se obtiene la utilidad máxima?¿Cuál es dicha utilidad?

42-. La suma de los recíprocos de dos números enteros pares consecutivos es 9/40. ¿Cuáles son estos enteros?

43-. A un corredor veloz le toma 10 segundos más recorer una distancia de 1500 pies que el tiempo que usó un corredor más lento para recorrer 1000 pies. Si la velocidad del corredor más rápido era de 5 pies/s mayor que la del más lento, ¿cu´les fueron las velocidades de ambos?

44-. Un muchacho necesita 15 minutos más que su hermana para podar el césped, y cuando trabajan juntos les toma 56 minutos. ¿Cuánto tiempo le tomaría al muchacho podar el césped él solo?

45-. Un parque de forma rectangular tiene 60 metros por 100 metros. Si contiene un jardín rectangular rodeado por un andador de concreto, ¿qué ancho tendrá el andador si el área del jardin es la mitad del área del andador?

46-. Un jugador de fútbol lanza un balón de un puntapie desde una altura de 80 centímetroso, tal que la trayectoria del balón está dada por:

$$y = -5t^2 + 30t + 0{,}8$$

Calcule

A) La altura máxima que alcanza el balón
B) El tiempo que emplea el balón en el aire
C) Posición del balón a los 3 segundos
D) Tiempo a partir del cual no es aplicable la operación

47-. Una empresa produce semanalmente 300 bicicletas de montaña que vende íntegramente al precio de 600 euros cada una. Tras un análisis de mercados observa que si varía el precio, también varían sus ventas (de forma continua) según la siguiente proporción: por cada 7 euros que aumente o disminuya el precio de sus bicicletas, disminuye o aumenta la venta en 3 unidades.

a) ¿Puede aumentar el precio y obtener mayores ingresos?
b) ¿A qué precio los ingresos serán máximos?

48-. Los reyes de una dinastía tuvieron nueve nombres diferentes. La tercera parte del número de reyes llevó el primero de los nombres, la cuarta parte el segundo, la octava parte el tercero, la doceaba parte el cuarto, y cada uno de los nombres restantes los llevó un solo rey. Hallar el número de reyes de la dinastía.

ENIGMA: ¿a qué es igual

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}\ ?$$

ENIGMA: ¿a qué es igual

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}}\ ?$$

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO NUEVE: NÚMEROS COMPLEJOS

ESTUDIANTE: ______________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

Un tema verdaderamente interesante y de gran aplicación en la ciencia y en la técnica, es el de los números complejos, tanto así, que en muchas carreras de ingeniería se les llama "Matemáticas especiales". Este tema puede resultar bastante simpático e interesante si se trabaja con dedicación, puesto que pone a prueba tu capacidad de análisis y de síntesis a la par que tu creatividad. La temática es en verdad **"engomadora",** si la asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si así lo haces, lograrás desarrollar pensamiento matemático, y además adquirirás unos elementos conceptuales que desbordan los números reales, así que: **¡vuélvete un "poceto" de la operatividad con los números complejos y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer las fracciones algebraicas reducibles e irreducibles.
- Aplicar de forma excelente los casos de factorización para simplificar fracciones algebraicas.
- Operar las fracciones algebraicas con suma resta multiplicación y división.

NÚMEROS COMPLEJOS

Definición: los números de la forma **a + bi,** donde a y b son números reales , se llaman complejos. El número a se llama parte real, y bi es la parte imaginaria (raíz par de un número negativo).

Ejemplos:

Ejemplo$_1$:

A) $3 + 2i$: $a = 3$; $b = 2$

B) $1/2 - \sqrt{2}\,i$: $a = 1/2$; $b = \sqrt{2}$

Nota: la raíz par de un número negativo se puede expresar mediante la unidad imaginaria:

$\sqrt{-4} = 2i$ $\sqrt{-7} = \sqrt{7}\,i$

Para sumar números complejos, se suman por aparte la parte real y la parte imaginaria.

Ejemplo$_2$: $(4 + 7i) + (5 - 3i) =$
$= (4 + 5) + (7-3)i =$
$= 9 + 4i$

Ejemplo$_3$: Efectúe la siguiente división de complejos:

$$\frac{2+3i}{2+i}=$$

$$\frac{(2+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=$$

$$\frac{4-3i^2+6i-2i}{4+1}=$$

$$\frac{7}{5}+\frac{4}{5}i$$

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante, p or ahora vamos a continuar

EJERCICIOS

1-. Determine las siguientes potencias de i:
A) i^5 B) i^9 C) i^{243} D) i^{12134}

2-. Escribir en forma reducida:
A) i + i + i + i + i + i
B) (3 – 4i) + (3 – 4i) + (3 – 4i) + (3 – 4i)
C) (5 + 4i) + (-5 +2i) - (3 + 5i)

3-. Efectuar el producto:

A) (3 – i) (3 – 4i)
B) (1 + 2i) (3 – i)
C) (-3 + 7i) (3 + i)
D) $\left(\sqrt{3}+i\right)\left(\sqrt{3}-i\right)$

E) $\left(2\sqrt{3}+4i\right)\left(2\sqrt{3}-4i\right)$

F) $\left(\sqrt{a}+bi\right)\left(\sqrt{3}-bi\right)$

4) Descomponer en pares de factores complejos:

A) $X^2 + Y^2$ B) $a^2 + 9b^2$ C) $4m^2 + 9n^2$

5-. Calculas los siguientes cocientes:

A) $\dfrac{10i}{5}$

B) $\dfrac{\mathbf{2i-1}}{\mathbf{3i+2}}$

6-. Dados los números complejos:
z = 4 + 3 i , **w = 12 – 5 i** y **v = 7 + i** .
Comprueba:
1) w + v = v + w
2) w + (z + v) = (w + z) + v
3) z × v = v × z
4) v × (w × z) = (v × w) × z
5) v × (z + w) = v × z + v × w
6) $\overline{v+z} = \overline{v}+\overline{z}$
7) $\overline{-z} = -\overline{z}$
8) $\overline{z-v} = \overline{z}-\overline{v}$
9) $\overline{v\times w} = \overline{v}\times\overline{w}$
10) $\overline{z^{-1}} = \left(\overline{z}\right)^{-1}$
11) $\overline{v\div z} = \overline{v}\div\overline{z}$
12) $\left|\overline{z}\right| = |-z| = |z|$
13) $v\times\overline{v} = |v|^2$
14) $z^{-1} = \overline{z}\div|z|^2$
15) | z × w | = | z | × | w |
16) $|w^{-1}| = |w|^{-1}$
17) | v ÷ z | = | v | ÷ | z |

7-. Calcula z en las siguientes ecuaciones:
1) z + 2 + i = 3 – i
R : 1 – 2 i
2) z – 4 + 2 i = 3 + 7 i
R : 7 + 5 i
3) z – (2 + 5 i) = 4 – 6 i
R : 6 – i
4) z × (1 + i) = – 1 + i
R : i
5) (1 + i) × z = 2 i
R : 1 + i
6) (1 + i) × z = 2
R : 1 – i
7) (1 – i) ÷ z = 1 + i
R : – i
8) z ÷ (2 + i) = i
R : – 1 + 2 i
9) z ÷ 2 + i = 1 – i
R : 2 – 4 i
10) z ÷ i + 2 = 3 + i
R : – 1 + i

* INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS *

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
PRIMER SEMESTRE
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO DIEZ: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ESTUDIANTE: ______________________ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

Los sistemas de ecuaciones son un tema de importancia difícilmente superable, necesario en cualquier disciplina, y herramienta utilísima en cualquier ciencia, pues es básico en el modelado matemático. En sí, este tema es bastante motivante para el trabajo intelectual entre otras cosas por la claridad de su utilidad práctica. Trabaja esta guía con dedicación y veras como le encontrarás atractivo y **"engomador",** si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si lo haces, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un "poceto" de la solución de sistemas de ecuaciones y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Aplicar los diversos métodos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales en dos, tres y cuatro variables.
- Modelar y resolver problemas matemáticos donde intervengan sistemas de ecuaciones lineales en dos, tres y cuatro variables.
- Resolver sistemas de ecuaciones donde se combinan variables lineales y cuadráticas, o sistemas donde se combinan ecuaciones cuadráticas en dos variables.

ECUACIONES LINEALES

Muchos problemas de la vida práctica, en su solución implican el trabajo con sistemas de ecuaciones, los cuales pueden ser de 2x2 , de 3x3 o de 4x4, esto es, de dos ecuaciones con dos incógnitas, etc.

Ejemplos:

Resolver el sistema:

$$3x + 5y = 11 \quad (1)$$
$$x - 2y = 0 \quad (2)$$

Solución por el método de sustitución:

Despejamos cualquiera (en la práctica no debe ser cualquiera sino la que implique menos trabajo, por ejemplo buscando aquellas que no generen fracciones) de las variables sea en la ecuación (1) o en la ecuación (2). En este caso lo más simple es despejar x en (2), así:

$x-2y=0$

$x=2y(3)$

$sustituyendo(3)en(1)$

$obtenemos:$

$3(2y)+5y=11$

$6y+5y=11$

$11y=11$

$y=11/11$

$y=1$

Ahora reemplazamos el valor hallado de y en la ecuación (3) para obtener el valor de x así:

X = 2 . 1
X = 2

Solución del sistema: $\dfrac{x=2}{y=1}$

Solución por el método de igualación

3x + 5y = 11 (1)
x – 2y = 0 (2)

Consiste en despejar la misma variable en las dos ecuaciones y luego igualar:

De (1) y de (2):

$x=\dfrac{11-5y}{3}(3)$

$x=2y(4)$

$igualando(3)y(4):$

$\dfrac{11-5y}{3}=2y$

$11-5y=6y$

$11=11y$

$luego$

$y=1$

$reemplazandoen(4):$

$X=2$

Solución del sistema: $\dfrac{x=2}{y=1}$

Solución por el método de eliminación

3x + 5y = 11 (1)
x – 2y = 0 (2)

Consiste en igualar los coeficientes de la misma variable en las dos ecuaciones, y luego sumar o restar las ecuaciones, con el objetivo de que se elimine dicha variable.

Para este caso el procedimiento consiste en multiplicar la ecuación (2) por 3 para igualar los coeficientes de las "x" y luego restar, así:

De (2)
2 (x – 2y) = 0
2x – 4y = 0 (3)

Ahora restamos (3) de (1)

3x + 5y = 11 (1)
3x – 6y = 0 (3) (restamos, ¡ojo con los signos!)

---

0 + 11y = 11 despejando y:
y = 11/11
y = 1

Reemplazando este valor de y en (1) o en (2), de (2):

x - 2 . 1 = 0
x = 2

Solución del sistema: $\dfrac{x=2}{y=1}$

Solución por el método gráfico

Este método consiste en graficar en un mismo plano las ecuaciones, y el punto donde se corten será la solución del sistema, ya que la proyección del punto sobre el eje X es el valor de la variable independiente y la proyección del punto sobre el eje Y es el valor de la variable dependiente.

Lo anterior implica que si las ecuaciones no se interceptan, esto es, si son paralelas, el sistema no tiene solución y recibe el nombre de inconsistente. Si las gráficas se confunden, es decir se confunden quedando una "sobre" la otra, se dice que el sistema tiene infinitas soluciones, y si se cortan en un solo punto se dice que el sistema tiene solución única.

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante.

EJERCICIOS

A) Hallar los valores de las variables que satisfacen cada sistema:

1) $2x - y = 4$
$x + 2y = -3$

2) $2x - y = 4$
$x + y = 5$

3) $5x + 2y = 3$
$2x + 3y = -1$

4) $5y = 3 - 2x$
$3x = 2y + 1$

5)
$$\frac{x+3}{3}+\frac{y+1}{6}=2$$
$$\frac{x+3}{4}-\frac{2y-1}{2}=1$$

6)
$$\frac{1}{x}+\frac{5}{2y}=\frac{-3}{4}$$
$$\frac{1}{2x}-\frac{3}{y}=\frac{3}{4}$$

7)
$$\frac{4}{x}+\frac{6}{y}=4$$
$$\frac{1}{2x}-\frac{3}{y}=\frac{-5}{4}$$

8)
$$\frac{4}{x}+\frac{6}{y}=4$$
$$\frac{1}{2x}-\frac{3}{y}=\frac{-5}{4}$$

9)
$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=a-b$$
$$\frac{a-1}{2x}-\frac{b+1}{y}=a+b$$

10)
$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=a-b$$
$$\frac{a-1}{2x}-\frac{b+1}{y}=a+b$$

B) Resuelva cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

1) $6x - 5y = -9$
$4x + 3y = 13$

2) $7x - 15y = 1$
$-x - 6y = 8$

3) $x - 1 = 2(y + 6)$
$x + 6 = 3(1 - 2y)$

4)
$$\frac{x+3}{3}+\frac{y+1}{6}=2$$
$$\frac{x+3}{4}-\frac{2y-1}{2}=1$$

C) Resuelva cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

1) $5x + 2y = 3$
$2x + 3y = -1$

2) $7x + 2y = 18$
$2x - y = -9$

3) $4m + n = 6$
$m + 3n = 7$

4) $4q + 3p = -10$
$2p - 5q = 1$

D) Resuelva cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de eliminación:

1) $5x + 2y = 4$
$2x + 3y = 6$

2) $5m + 2n = 9$
$2m - 3n = -4$

3) $-4r + 3s = 5$
$2r + 5s = 17$

4)
$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=a-b$$
$$\frac{a-1}{2x}-\frac{b+1}{y}=a+b$$

$$\frac{4}{x}+\frac{6}{y}=4$$

5) $$\frac{1}{2x}-\frac{3}{y}=\frac{-5}{4}$$

E) Resuelva cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de los determinantes:

1) 7x - 15y = -1
- x + 6y = 4

2) 3m - 5n = - 13
7m - 6n = - 2

3) 12k - 15w = 9
7x - 6y = 7

4) $$\frac{x+3}{3}+\frac{y+1}{6}=2$$
$$\frac{x+3}{4}-\frac{2y-1}{2}=1$$

5) $$\frac{1}{x}+\frac{5}{2y}=\frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{2x}-\frac{3}{y}=\frac{-1}{10}$$

F) Resuelva por el método gráfico:

1) 5y = 3 – 2x
3x = 2y + 1

2) 2x + 5y = 10
3x = 2y -1

3) 4p – 5q = – 1
3p = 2q + 1

4) 7m – 5n = – 3
3m = 4y – 5

5) $$\frac{1}{x}+\frac{5}{2y}=\frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{2x}-\frac{3}{y}=\frac{-1}{10}$$

F) Resolver por el método de los determinantes:

1) 2X – Y + Z = 3
X + 3Y - 2Z = 11
3X - 2Y + 4Z = 1

2) 2X – Y + 2Z = 3
X + 2Y - 3Z = 11
3X - Y - 4Z = 1

3) X + Y - Z = 2
X - 3Y + 2Z = 1
3X - 5Y + 3Z = 4

4) X + Y + 2Z = 3
3X - 3Y +Z = 1
2X + 3Y - 4Z = 8

5) $$\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}-Z=7$$
$$\frac{X}{4}-\frac{3Y}{2}+\frac{Z}{2}=6$$
$$\frac{X}{6}-\frac{Y}{4}-\frac{Z}{3}=1$$

6) $$A+B+C=6$$
$$2A-3B-C=-1$$
$$3A+B-2C=9$$

7) $$X+Y+Z+W=10$$
$$X-Y+Z-W=-2$$
$$X-2Y+3Z-4W=-14$$
$$4X-3Y+2Z-W=0$$

8) $$3P-2Q+K=0$$
$$2P-3Q-K=-5$$
$$\frac{7P}{3}+4Q-K=2$$

9-. $$\begin{cases} \mathbf{x-y-z=1} \\ \mathbf{2x-5y+10z=5} \\ \mathbf{3x+2y-11z=10} \end{cases}$$

10-. $$\begin{cases} \mathbf{4x+6y-3z=1} \\ \mathbf{6x+3y-4z=0} \\ \mathbf{2x-9y+2z=0} \end{cases}$$

11-. Si

$\boldsymbol{x^2z+y^2x+z^2y=0}$**, hallar el valor de**

$$\frac{\mathbf{x}^3}{y^3}+\frac{y^3}{z^3}+\frac{z^3}{y^3}$$

G) Halle el conjunto solución de cada sistema de ecuaciones.

1) $y^2 = 4x$
$x + y = 3$

2) $x^2 + y^2 = 25$
$3x + 4y = 25$

3) $2x^2 - 3y^2 = 25$
$6x^2 + y^2 = 58$

4) $4x^2 + xy + y^2 = 6$
$2x^2 - xy + y^2 = 8$

5) $x^2 + y^2 = 16$
$2x^2 - 3xy + y^2 = 0$

H) Resuelva cada uno de los siguientes problemas:

1-. La suma de dos números es **S** y su diferencia es **D,** hallar los dos números.

2-. Hallase dos números tales que su diferencia es 1 y la mitad de mayor más un tercio del menor es 7.

3-. Se tiene 3 libras de chocolate y 8 libras de café que cuestan en conjunto $ 30.000, y 5 libras de chocolate y 6 libras de café cuyo precio total es de $ 28.000. ¿Cuál es el costo de cada libra de3 chocolate y de cada libra de café?

4-. El costo de envío de un telegrama se basa en una tarifa base para las primeras 10 palabras y un cargo adicional por cada palabra que sobrepase de 10. Si un telegrama de 15 palabras cuesta U$ 11,65 y uno de 19 palabras cuesta U$ 14,57, ¿cuál es la tarifa base y cual es el cargo adicional?

5-. Las representantes de una escuela para padres deciden aportar cantidades iguales para contratar los servicios de un conferencista durante una hora. Si hubiera 10 damas más, cada una pagaría U$ 2 menos. Sin embargo, si el número fuera 5 menos, cada una pagaría U$ 2 más. ¿Cuántas damas forman el grupo y cuanto se le paga al conferencista por hora?

6-. Un químico cuenta con dos soluciones ácidas. Una contiene 15% de ácido, y la otra, 6%. ¿Cuántos centímetros cúbicos de cada solución debe usar para obtener 400 cm cúbicos con 9% de ácido?

7-. Un bote recorre en 15 minutos una distancia de 5 millas corriente abajo, pero necesita 20 minutos para el viaje de regreso. Calcule la velocidad del bote e3n aguas tranquilas y la velocidad de la corriente.

8-. Se tiene una fracción que si se le suma 4 al denominador o se le resta 2 al numerador, el quebrado resultante es ½. ¿Cuál es la fracción?

9-. Si tanto el numerador como el denominador de una fracción se incrementan en 5 el valor de la fracción es 2/3, pero si tanto el numerador como el denominador se decrementan en 5 el valor de la fracción es 3/7. Halle la fracción.

10-. La distancia entre dos automóviles que viajan por la misma carretera recta es de 140 km. Si los autos corren en direcciones opuestas les tomará 48 minutos encontrarse. Sin embargo, si se desplazan en la misma dirección, se encontrarán en 4 horas. ¿Cuáles son las velocidades de los automóviles?

11-. Un estudiante recorre 100 km en automóvil hasta una ciudad para recoger un automóvil nuevo y luego regresa en él a su casa. Si la velocidad en el primer automóvil fue de 10 km/h mayor que en el segundo, y si el recorrido a la ciudad le tomó 20 minutos menos que el regreso a su casa, hallar la velocidad media de cada automóvil.

12-. Un estudiante de la Universidad del Valle Sede Norte del Cauca, se hallaba a 11 kilómetros de distancia de la Institución Educativa Francisco José de Caldas, donde recibiría clase una hora más tarde. Primeramente caminó un kilómetro y luego tomó un bus urbano que por su mal estado, solo daba 12 km/h más que la velocidad media a pie. Halle la velocidad media con que caminó y la velocidad media del bus, si se sabe que llegó justo a tiempo a clase.

13-. Halle el área del triángulo que está en el primer cuadrante, que tiene su base en el eje "X", y que está limitado por las rectas $y = 2x - 4$ y $y = -4x + 20$.

14-. Una compañía trata de adquirir y almacenar dos tipos de artículos, X y Y. cada artículo X cuesta U$ 3 y cada artículo Y cuesta U$ 2,50. cada artículo X ocupa 2 pies cuadrados del espacio del piso y cada artículo Y ocupa un espacio de 1 pie cuadrado del piso. ¿Cuántas unidades de cada tipo deben adquirirse y almacenarse si se dispone de U$ 400 para la adquisición y 240 pies cuadrados de espacio para almacenar estos artículos?

15-. Un dietista prepara una dieta especial con tres alimentos básicos. La dieta incluye exactamente 340 unidades de calcio, 180 de hierro y 220 de vitamina A. El número de unidades por onza de cada ingrediente especial para cada uno de los alimentos se muestra en la siguiente tabla. ¿Cuántas onzas de cada alimento deben emplearse para tener los requerimientos de la dieta?

UNIDADES POR ONZA			
	ALIMENTO A	ALIMENTO B	ALIMENTO C
CALCIO	30	10	20
HIERRO	10	10	20
VITAMINA	10	30	20

16-. Un químico tiene dos concentraciones de ácido clorhídrico en existencia: una solución al 50% y la otra al 80%. Qué cantidad de cada una deberá mezclar para obtener 100 ml de una solución al 68%

17-. Cierto anciano se casó con una mujer joven. Entre los dos contaban 100 años de edad. La edad del viejo multiplicada por 4 y dividida entre 9 da la edad de la mujer. ¿Cuáles son las edades?

18-. Chucho le dice a Pamela: hace tres años mi edad era el doble de la tuya; dentro de 5 años la suma de nuestras edades será de 61 años. Cuáles son las edades actuales?

19-. Oscar le dice a Diana: tengo el triple de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes. Si cuando tú tengas la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán 42 años, ¿cuáles son nuestras edades actuales?

20-. ¿Cuántos gramos de agua debemos mezclar con 12 gramos de sal pura y seca para obtener agua salada con el 7,5 % de sal?

21-. Dos vasos contienen agua salada con el 5% y el 8% de sal respectivamente. ¿Qué cantidad se debe tomar de cada vaso para obtener una mezcla que pese 30 gramos con el 7% de sal?

22-. El profesor Mario tiene dos concentraciones de tintura de agirol; mezclándolas como 1 es a 2, obtiene tintura al 7%; mezclándolas como 2 es a 1 obtiene tintura al 6%. ¿Qué porcentaje tienen las dos concentraciones?

23-. Hallar dos números sabiendo que si se divide el mayor por el menor da un cociente de 6 y el resto también es de 6, y que si se divide el quíntuple del menor por el mayor el cociente es 2 y el resto es 3.

24-. Si se mezclan 3 litros de aceite del tipo A con 7 litros del tipo B el precio de la mezcla es de 43 dólares por litro, sin embargo si se mezclan 3 litros de aceite A con 2 litros de aceite B el precio de la mezcla es de 46 dólares el litro. Halle el precio de cada tipo de aceite.

25-. ¿Cuántas onzas de agua se deben necesitan agregar a 9 onzas de una loción de afeitar para rebajarla al 30%, si su concentración es del 50%?

26-. Una aleación cuya masa es de 600 Kg., está compuesta por 100 Kg. de cobre y 50 Kg., de estaño. Otra aleación de 1000 Kg., está compuesta por 300 Kg., de cobre y 150 de estaño. Hallar las masas de cobre y estaño que se deben mezclar con las dos aleaciones dadas para obtener una tercera aleación con un 32% de cobre y un 28% de estaño (los porcentajes son en masas).

27-. Un depósito A contiene 10 litros de agua y 5 litros de alcohol puro. Otro depósito B contiene 12 litros de agua y 3 litros de alcohol puro. Hallar el número de litros que se deben extraer de cada depòsito para conseguir una solución de 8 litros que tenga un 25% de volumen de alcohol.

28-. Troki le dice a Truko: adivina cuáles son los números de tres fichas que tengo escondidas si multiplicados dan 36 y sumados dan 13. Y Truko le dice: ¿Puedes darme más información? Y Truki responde: Si al número de habitantes de Colombia lo dividimos por alguno de esos números el resto es 6.¿Cuáles son los tres números?

29-. Unos estudiantes hacen un recorrido de 380 km en 7 horas. Durante 4 horas viajan a lo largo de una carretera pavimentada y el resto del tiempo por un camino de herradura. Si la velocidad media en el camino de herradura es de 25 k/h menor que la velocidad media en la carretera, hallar las velocidades medias y el recorrido en la carretera.

30-. Un hombre puede pintar una cerca en 8 horas, su hijo mayor lo puede hacer en 10 horas, y el hijo menor en 12 horas. El trabajo es iniciado conjuntamente pero al cabo de 2 horas el menor de los hijos se retiró y cosa igual hizo el mayor al cabo de 3 horas. ¿Cuál es el tiempo en le que el padre terminó el trabajo?

31-. Un lebrel persigue a una liebre que le lleva 30 saltos de ventaja. El lebrel da 3 saltos cada vez que la liebre da 4, pero 2 saltos del lebrel equivalen a 3 saltos de la liebre. ¿Cuántos saltos debe dar el lebrel para alcanzar a la liebre?

32-. En un prado 20 vacas pueden comerse en 30 días todo el pasto que hay y el que crece, pero 30 vacas se lo comerán solo en 30 días. ¿Cuántas vacas se comerán todo el pasto que hay y el que crece en 25 días?

33-. Las edades combinadas de Pedro y Pablo suman 44 años, y Pedro tiene el doble de la edad que tenía Pablo cuando Pedro tenía la mitad de la edad que Pablo tendrá cuando tenga tres veces la edad de Pedro cuando éste tenía tres veces la edad de Pablo. ¿Cuáles son las edades actuales?

34-. Tres especies distintas de pájaros comen pulgones de diferentes partes de los árboles. La especie 1 se alimenta la mitad del tiempo de los niveles altos y la otra mitad del tiempo de los niveles medios de los árboles. La especie 2 se alimenta la mitad en los niveles medios y la otra mitad en los niveles bajos. La especie 3 se alimenta sólo en los niveles bajos. Hay igual cantidad de pulgones aprovechables en los niveles medios y bajos, pero solamente la mitad correspondiente en los niveles superiores. ¿ Qué tamaño relativo deben tener las poblaciones de las tres especies a fin de que el suministro de pulgones se consuma por completo?

35-. Dos obreros A y B aceptaron realizar cierto trabajo en 16 días. Después de 4 días de trabajo conjunto A pasó a otro trabajo, debido a lo cual B terminó solo la parte del trabajo restante en un plazo de doce días mayor que el plazo, durante el cual A puede hacer solo todo el trabajo. ¿Cuántos días tardará cada obrero si realiza dicho trabajo por separado?

36-. Si un negociante vende sus mercacías por 2688 dólares, recibirá tanto por ciento de ganancia cuantas centenas de dólares contiene la mitad del precio de costo de las mercancias. ¿Cuál es el precio de costo de las mercancias?

37-. Dos turistas A y B salieron simultáneamente de distintos puntos al encuentro mútuo. Al encontrarse resultó que A recorrió 210 km más que B. Si cada uno de ellos continúa su camino a la velocidad anterior, A llegará al lugar de salida de B después de 4 días, y B llerará al lugar de salida de A después de 9 días. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno hasta el encuentro?

38-. Dos obreros tienen que hacer el mismo trabajo; el primero lo hace en X horas, y el segundo en Y horas (X menor que Y). Trabajando conjuntamente hacen el trabajo en 3,6 horas. Si trabaja el primero durante 1/3 de lo que tarda el segundo en hacer la obra, y despés a continuación trabaja el segundo durante 1/3 de lo que tardaría el primero en hacer él solo la obra, hacen los 13/18 de la obra. Hallar X y Y.

39-. Un cosechero vende varios bocoyes de vino; los de una clase a 7 dólares y los de otra mejor, a 10 dólares, obteniendo de la venta 100 dólares. ¿Cuántos bocoyes de cada clase ha vendido?

40-. Una piscina posee dos llaves A y B para llenarla, y un desague C. Cuando está llena la piscina y se abren simultáneamente A y C, se vacía en 10 horas. Se vacía en 30 horas, si estando llena se abren B y C. Se sabe que hallándose vacía con el desague cerrado, A y B la llenan en cuatro veces menos tiempo que el que tarda en rebosarse si estando vacía se abren simultáneamente los tres conductos.(nota, en verdad el flujo saliente de agua no es constante por cuanto el nivel del líquido tampoco lo es, este problema lo ubicamos aquí, por que se trata de un problema tipo, pero la solución correcta de problemas como estos con salida de líquidos no se pueden resolver con aritmética elemental sino con ecuaciones diferenciales) Halle:

A) Tiempo en que la llena A con B y C cerrados.

B) Tiempo en que la llena B, con A y C cerrados.

C) Tiempo en que la vacía C, si inicialmente está llena y A y B están cerradas.

41-. Dos cirios de igual altura se encienden simultáneamente; el primero se consume en 4 horas y el segundo en 3 horas. Suponiendo que cada cirio se quema a una rata constante, ¿Cuántas horas después de haber encendido los cirios, la altura de uno es el doble de la del otro?

42-. Tres prados cubiertos de hierba de una misma espesura y con el mismo grado de crecimiento, tienen un área de 10/3 de Ha, 10 Ha y 24 Ha. La hierba del primero es comida por 12 toros durante 4 semanas; la del segundo, por 21 toros durante 9 semanas. ¿Cuántos toros comerán toda la hierba del tercero durante 18 semanas?

43-. Hugo, Paco y Luis quieren recoger $ 5000 entre ellos, hugo aporta tanto como Paco y Luis, y, Paco aporta el doble que Luis. ¿Cuánto aporta cada uno?

44-. Los estudiantes de cierto grupo son en total 40. El número de los que ganaron el primer parcial de matemática básica es igual al número combinado de los que no lo presentaron y de los que lo perdieron aumentado en 8, y el triple de los que perdieron el examen exceden en 18 a la suma de los que lo ganaron y los que no lo presentaron. Halle el número de cada grupo de estudiantes.

45-. Un triángulo tiene 30 centímetros de perímetro. La suma del primer lado con el segundo es 18 cm, mientras que la diferencia del tercer lado y el segundo es 2cm. Hallese la longitud de cada lado.

46-. Un avión vuela a 600 Km/h cuando no hace viento y puede llevar combustible para 4 horas. Cuando va a salir hace un viento de 60 Km/h que se mantendrá según los pronósticos durante todo el trayecto. ¿Cuántos Kms puede alejarse de la base de modo que pueda regresar sin repostar?

47-. En una tienda venden un artículo por 8400 pta. después de hacer una rebaja del 30% sobre el precio marcado .Si el comerciante fija los precios de venta aumentando en un 140% el precio de coste de cada artículo ¿Cuánto habrá ganado de en dicha venta?

48-.Tres amigos han cobrado 65000 pts. por hacer un trabajo . Si el primero ha dedicado 10 horas y el segundo el triple de horas que el tercero, sabiendo que este ultimo ha cobrado 10000 pts ¿Cuántas horas han trabajado cada uno?,¿ cuánto han cobrado por hora

49-. Un número de tres cifras es tal que la suma de sus cifras es 11. Si el orden de sus cifras se invierte, el número disminuye en 99 unidades y la cifra de las decenas es el doble de la cifra de sus unidades. Halla el número

50-. (Este es de programación lineal) La compañía "Rugecan" produce dos tipos de alimentos, A y B, para perros. Cada lata del tipo A contiene 200 gr. de carne y 100 gr. de harina, mientras que la de tipo B contiene 140 gr. de carne y 160 gr. de harina. Las instalaciones pueden manipular un máximo de 78 Kg. de carne y 48 Kg. de harina a la hora. Si el beneficio obtenido de la marca A es de 300 pts. por lata y el de la marca B es de 240 pts. por lata, ¿cuántas latas de cada tipo deben producirse para maximizar el beneficio?

51-. Un empedernido fumador tiene 215 cigarrillos en paquetes de 3, 6 y 8 cigarrillos. Se fuma todos los paquetes que contienen 6 cigarrillos y otros tantos paquetes de los que contienen 3 cigarrillos. En el resto de los paquetes de 3 cigarrillos sólo queda un cigarrillo en cada paquete. Los de 8 cigarrillos están intactos. El tipo cuenta los cigarrillos que le quedan y halla que hay 85. ¿Cuántos paquetes tenía de cada clase?

52-. Un muchacho vive en el segundo piso de su casa y sube las escaleras de 2 en 2 y las baja de 3 en 3, dando en total 100 saltos. ¿Cuántos escalones tiene la escalera?

53-. Si fuera dos horas más tarde, faltaría para la media noche la mitad de lo que faltaría si fuera una hora más tarde. ¿Qué hora es?

54-. Un barco recorre una distancia entre dos puntos de un río que están sobre una recta. A favor de la corriente, tarda 6 horas, y en contra de la corriente tarda 8 horas. ¿En cuánto tiempo recorrerá esa distancia un tronco de un árbol que es arrastrado por la corriente del río?

55-. A una fiesta asistieron 153 personas. En un momento dado, 17 damas y 22 caballeros no bailaban y el resto bailaba en parejas formadas por una dama y un caballero. ¿Cuántas damas asistieron a la fiesta?

56-. Cada día del mes de diciembre, un estudiante acompañó su almuerzo por una manzana, una naranja o las dos frutas. Si comió manzana durante 16 días y naranja durante 23 días, ¿cuántos días comió las dos frutas?

57-. Don Mario cosechó sus rábanos y pidió a cuatro de sus trabajadores que le contaran la producción obteniendo lo siguiente:

* El primero los contó de 11 en 11 y le faltó uno
* El segundo los contó de 13 en 13 y le sobraron 12
* El tercero los contó de 7 en 7 y le faltó 1
* El cuarto los agrupó de 12 en 12 y dio exacto

¿Cuántos rábanos cosechó don Mario, sabiendo que en total no pasaban de 8000?

58-. Dos trenes salen de la misma ciudad y a la misma hora en sentidos opuestos. A las tres horas y media se encuentran uno del otro a 392 Km. de distancia. Si la velocidad del primero es ¾ de la del otro, ¿cuál es la velocidad de cada uno de ellos?

59-. Un automovilista calculó que si viajaba a 60km/h llegaría a su destino una hora después de la media noche; pero si la velocidad era de 90km/h llegaría una hora antes de la media noche. ¿A qué velocidad debería viajar para llegar a su destino justo a la media noche?

60-. Un grupo de 8 personas va ha hacer una acampada de tres días y tienen que llevarse toda el agua que vayan a utilizar. La orientación profesional indica que un grupo de 5 personas cubre sus necesidades de dos días con 25 litros. ¿Cuánta agua tendrán que llevarse?

61-. Una sala tiene 26 filas con 24 asientos cada una. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha, comenzando por la primera fila y hacia tras. ¿En qué número de fila está el asiento número 375?

62-. Si adivinas cuantos dulces tengo, dijo Pedro a Pablo, te regalo la cuarta parte menos dos dulces, o lo que es igual, la sexta parte más un dulce. ¿Cuántos dulces tenía?

63-. Dioni compró una bolsa con 2000 dulces de 5 colores; 387 eran blancos, 396 eran amarillos, 402 eran rojos, 407 eran verdes y 408 eran cafés. Decidió comerse los dulces de la siguiente forma: sin mirar sacaba tres dulces de la bolsa, si eran del mismo color se los comía, si no, los echaba nuevamente a la bolsa y repetía el proceso. Continuo así hasta que solo quedaron dos dulces el la bolsa. ¿De qué color eran?

64-. Un tanque lleno de aceite está lleno hasta la tercera parte de su capacidad. Si se le agregan tres litros de aceite al tanque, se llena hasta la mitad. ¿Cuál es la capacidad del tanque?

65-. Entre dos vasos A y B, de igual capacidad, se distribuyen, en partes desiguales, 10 litros de agua. El vaso A se llenaría si se vertiesen los 2/3 del agua contenida en B, y éste se llenaría si se le agregase la mitad del agua contenida en A. ¿Cuál es la capacidad de cada vaso?

66-. El maestro repartió la misma cantidad de cuadernos entre cada uno de cinco estudiantes y se tomó tres para él. No recuerda cuántos cuadernos tenía, pero sabe que el número era múltiplo de seis entre 65 y 100.¿Cuál era el número de cuadernos?

* INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS *

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO ONCE: POLINOMIOS, DIVISIÓN SINTÉTICA Y TEOREMA DEL RESIDUO

ESTUDIANTE: ______________________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

EL tema relacionado con los polinomios es una verdadera aventura a la par que fortalece tu saber matemático, pues el uso de los elementos conceptuales de esta temática se mostraran a todo lo largo de tu trayectoria en las matemáticas y el la vida práctica. Este tema con el trabajo y la dedicación, se tornará atractivo y **"engomador",** pero no olvides, si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si lo haces, tendrás un elemento más para potenciar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta un pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un "poceto" de los polinomios , sus aplicaciones, la división sintética (que te puede sacar de apuros en muchas factorizaciones), y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer cuando una expresión algebraica es o no polinomio.
- Operar con los diversos tipos de polinomios.
- Conocer y aplicar correctamente los teoremas del factor y del residuo.
- Expresar áreas y volúmenes usando polinomios.
- Hallar raíces racionales e irracionales de algunos polinomios.
- Conocer y manejar las diversas aplicaciones de los polinomios en la vida práctica.

POLINOMIOS

Ejemplos:

Ejemplo$_1$

$$p_{(x,y)} = 9x^2 - 11xy + 7y - y^2$$
$$q_{(x,y)} = 10x^2 + 6xy - 5x + 7y + 3y^2$$

Halle (p + q)$_{(x)}$

$$p_{(x,y)} + q_{(x)} =$$
$$9x^2 - 11xy + 7y - y^2 + 10x^2 + 6xy - 5x + 7y + 3y^2$$
$$= 19x^2 - 5xy + 14y - 5x + 2y^2$$

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante, en la medida que vayamos realizando este constructo.

EJERCICIOS

1-. Hallar el residuo de las divisiones siguientes:

a) $\left(2X^{3}+3X^{2}-18X-4\right)/\left(X-2\right)$

b) $\left(X^{4}-3X^{3}+5X+8\right)/\left(X+1\right)$

c) $\left(X^{3}-2X^{2}+X-4\right)/X$

d) $\left(X^{8}-X^{5}-X^{3}+1\right)/\left(X+\sqrt{-1}\right)$

2-. Dado el polinomio: $P(x)=x^{4}-4x^{3}-7x^{2}+22x+24$ Demuestre que $(x-3)$ es un divisor de $P(x)$.

3-. Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones utilizando la división sintética.

a) $\left(3x^{5}-4x^{4}-5x^{3}-8x+25\right)/\left(x-2\right)$

b) $\left(x^{4}-2x^{3}-24x^{2}+15x+50\right)/\left(x+4\right)$

4-. Dado el polinomio: $P(x)=x^{3}+2x^{2}-23x-60$, y sabiendo que 5 es un cero de este, hallar los otros ceros.

5-. Hallar los ceros del polinomio: $Q(x)=x^{4}-2x^{2}-3x-2$ si tiene entre sus raíces a - 1 y 2

6-. Un polinomio con coeficientes reales de grado cuatro tiene como ceros 1, 3 y $(2-i)$. Hallar el polinomio.

7-. Hallar el valor de la constante K tal que $(x+3)$ sea un factor del polinomio $P(x)=x^{3}+kx^{2}-kx+10$

8-. Demuestre que – 2 es un cero de multiplicidad tres del polinomio $x^{5}+8x^{4}+21x^{3}+14x^{2}-20x-24$ y exprese el polinomio como un producto de factores de líneas.

9-. Hallar el polinomio de menor grado, de coeficientes reales que tengan dos raíces iguales a 2 y $(1-3i)$

10-. Demostrar que $X-4$ es un factor de $2X^3-6X^2-5X-12$.

11-. Determine si $X+1$ es un factor de $5X^4+X^3-4X^2-6X-10$.

12-. Hállese el valor de K tal que $X+3$ es un factor de $3X^3+KX^2-7X+6$.

13-. Use la división sintética para obtener el cociente y el residuo cuando X^5-3X^4+4X+5, se divide entre $X-2$.

14-. Obtenga un valor de K tal que $X+2$ sea un factor de $3X^3+5X^2+KX-10$.

15-. Determine valores de K tal que $X-4$ sea un factor de $2X^3-K^2X^2-8KX-16$.

16-. Verifique si $X-3$ es un factor de $X^{50}-3^{50}$.

17-. Verifique si $X+3$ es un factor de $X^{49}+3^{49}$

18-. ¿Para qué valores de n $X-Y$ es un factor X^n-Y^n ?

19-. Demuestre que -2 y 3 son ceros de la función polinomial definida por: $P_{(X)}=X^4-4X^3-7X^2+22X+24$, y obtenga los otros dos ceros.

20-. Se desea construir una caja rectangular con un trozo de cartón de 6 cm de anchura y 14 cm de largo, recortando cuadrados del mismo tamaño de las cuatro esquinas y doblando los lados. Si el volumen de la caja debe ser 40 cm^3, ¿cuál deberá ser el lado de los cuadrados recortados?.

21-. Una caja rectangular tiene dimensiones de 12 dm, 4 dm y 4 dm. Si las dos primeras dimensiones se disminuyen y la otra se aumenta en la misma proporción, se obtiene una segunda caja, cuyo volumen es cinco octavos del volumen de la primera caja. Determine las dimensiones de la segunda caja.

22-. Un tanque para el expendio de gasolina está formado por una sección cilíndrica de radio r metros y de longitud 3 metros, que remata en los extremos con dos semiesferas que coinciden con el cilindro. Si el volumen del tanque es de 24 m^3, hállese el valor del radio.

23-. Grafique la función $P_{(X)} = X^3 - X^2 - 9X + 9$, mostrando claramente todas las intersecciones en X y en Y.

24-. Determine todas las raíces reales de la ecuación: $X^4 + X^3 - 2X^2 - 6X - 4 = 0$.

25-. ¿Cuales son las posibles raíces del polinomio
$P_{(x)} = -2x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 22x + 12$?
Descomponga el polinomio en factores.

26-. Calcula el valor de K para que la división $\dfrac{2x^5 + 3x^4 + kx + 18}{x + 2}$ tenga resto -2.

27-. Halle la expresión resultante al sustituir X por b+1 en el polinomio $P_{(X)} = 2x^2 - x$.

28-. Si $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = 2$, halle $a^3 + b^3$

29-. Halle el valor de Q para que la suma de los términos de la fila sea igual a la suma de los términos en la columna

X			
Q	X + 1	X + 2	X + 3
X + 4			

30-. ¿Qué se concluye al comparar las factorizaciones de los polinomios :
$P_{(x)} = 6x^2 - 25x + 14$
$Q_{(x)} = 6x^2 - 25x - 14$,

31-. Halle el valor del parámetro λ para que en la división del polinomio $x^5 + (2 - \lambda)x^2 - \lambda x + 20$ entre x + 2 se obtenga residuo 2.

32-. Se tienen las expresiones:
$x + y = 1$ y $x^3 + y^3 = 37$ Halle el valor de $x^2 + y^2$

33-. Si
$x^4 + 10x^2 + 25 = 9$ y $f_{(x)} = x^4 + 1$, calcule $f_{(x^2+5)}$

34-. Factoriza el siguiente polinomio en el conjunto de polinomios con coeficientes enteros: $P_{(x)} = x^4 + 6x^2 + 25$

35-. Determina si las siguientes expresiones son o no polinomios, en caso de serlo determine su grado:
A) $f_{(x)} = 2x^3 + 5x^2 - 3$
B) $f_{(x)} = -x^2 + 6x + 5x^3 - 3$
C) $f_{(x)} = \dfrac{5}{3}x^3 + 5x^2 - 3x + 2x^{-1} + 5$
D) $f_{(x)} = x^{1/3} + 5x^2 - x + 3$
E) $f_{(x)} = 2x^3 + 5x^2 + 5x - 2\sqrt{x} + 7$
F) $f_{(x)} = \dfrac{9x^2 - 4}{3x + 2}$

36-. Hallar el polinomio de menor grado posible que entre sus ceros tenga a $2 - i$ y a $-i\sqrt{3}$

37-. Determine el valor de K que haga que el polinomio $P_{(x)} = x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x + k$ sea divisible por x – 1.

38-. Hallar todos los ceros racionales del polinomio $P_{(x)} = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$

39-. Si α es una raíz de $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, hallar un polinomio $P_{(X)}$ tal que:
$$\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x - \alpha} + \alpha^3 = xP_{(X)}$$

40-. Se sabe que existe un polinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ con a, b, c diferentes de cero. Si $P_{(0)} = 2$, $P_{(1)} = 11$, $P_{(-1)} = -1$, determine los valores de a, b, c.

** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS **

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO DOCE: INTERVALOS

ESTUDIANTE: ______________________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

El trabajo con los números reales, en lo que respecta a los intervalos es fundamental para poder trabajar con claridad los conceptos inherentes a las funciones, al dominio, el rango, la continuidad y la derivabilidad. El trabajo con intervalos es muy sencillo, pero con la práctica se convierte en uno de los temas que mejor pueden poner a prueba tu pensamiento formal a la par que tu creatividad. Este tema se te hará atractivo y **“engomador”,** si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si lo hacer, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un “poceto” con los intervalos y las operaciones con los mismos y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer los intervalos abiertos, cerrados, semi-abiertos, finitos e infinitos.
- Operar con intervalos y dar la respuesta en notación de intervalo y en forma gráfica.
- Aplicar los conceptos y la notación de intervalos para resolver inecuaciones y realizar el análisis del dominio y el rango de funciones.

INTERVALOS BÁSICOS

1-. Intervalo abierto: (a, b)
2-. Inérvalo cerrado: [a, b]
3-. Intervalo semi-abierto a izquierda: (a, b]
4-. Intervalo semi-cerrado a izquierda: [a, b)

Nota: cuando el intervalo lleva el paréntesis se entiende que el número sirve de límite al intervalo pero no pertenece a él, por ejemplo, en el caso 3 de los casos anteriores, la a sirve de límite al intervalo pero no pertenece a él. En las gráficas de intervalos, cuando va paréntesis indica que el elemento no “entra”, y se representa con el paréntesis o con un círculo vacío. Si es un corchete, indica que el elemento pertenece al intervalo y se representa con un corchete o con un círculo lleno.

Cuando se trabajan inecuaciones se asocia al paréntesis a los signos $<$ o $>$, y al corchete los signos $\leq$ o $\geq$.

Ejemplos:
Sean los intervalos:
A = (-3, 4] B = [-4, 7] C = (2, 9)

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante.

1) Dados los siguientes intervalos:

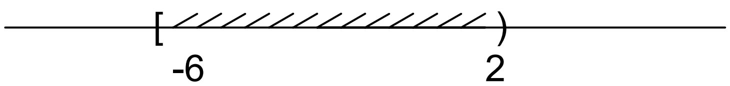
$A = (-3;4)$ B = $[-4;5]$ C= $(0;4)$

D = $(-3;4)$ hallar:

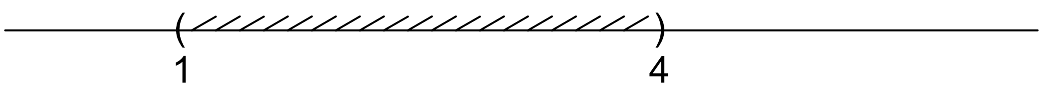
A) $A \cap B$ B) $A \cup B$ **C)** $A - B$ **D)** $B \cap C$ I) A' J) B' K) C' L) D' M) (A-B)'

E) $C \cap D$ F) $A \cap C$ G) $A \cap D$ H) $A - C$ N) $(A \cup B)'$ Ñ) $(C - B)'$ O) $(D - B)'$

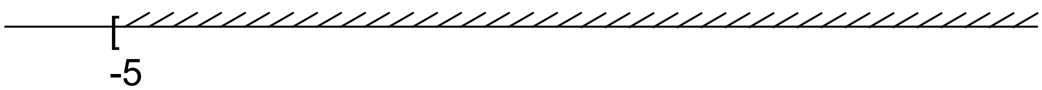
2) Coloque al frente de cada grafica el intervalo que representa:

a) 

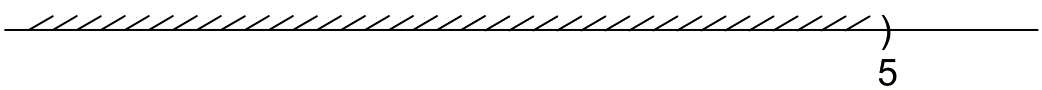
=

b) 

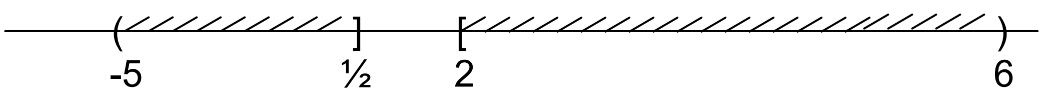
=

c) 

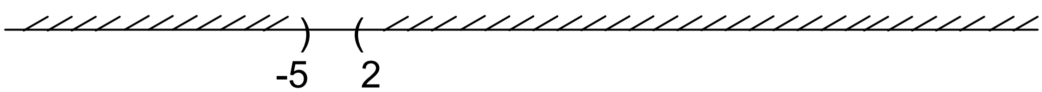
=

d) 

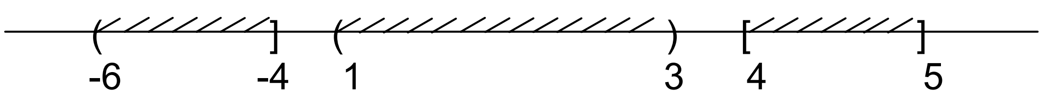
=

e) 

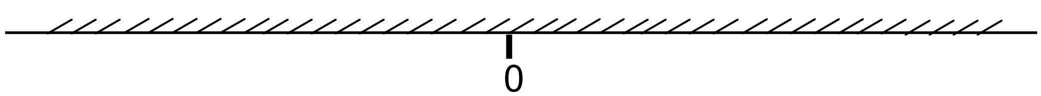
=

f) 

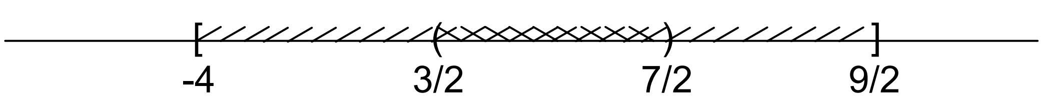
=

g) 

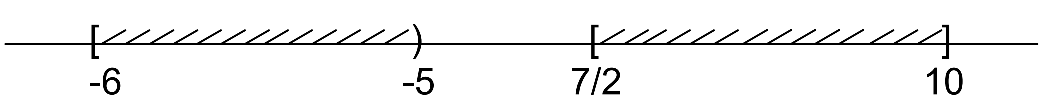
=

h) 

=

i) 

=

j) 

=

3-. Dados los intervalos: A = (-00; 7) B = [-3;+∞)

C = [-5; 5]   D = (-4; 6)

Hallar y representar gráficamente:

A) $(A \cup B)$ B) $(A \cap B)$

C) $(A' \cup B)$ D) $(A - B')$

E) $(A' - B')$ F) $(B - C)'$

G) $(C' \cap D)'$ H) $(D - A')$

I) $(D' - A')'$ J) $(B - D')'$

K) $(A \cap B)' \cup (C' \cap D)'$

L) $(A' \cup B' \cup C')'$

M) $(D' - B)' - (B' - D)'$

N) $[(A' \cap B')' - D'] - [C' \cap (B' \cap A)']$

Ñ) $[(B' - D')' - (C' - A')']'$

A) $(A \cap B) - C$

B) $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) - \mathbf{C}$

C) $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) - (\mathbf{C} \cap \mathbf{B})$

D) $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) - (\mathbf{C} \cap \mathbf{B})$

E) $\left[(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) - (\mathbf{A} - \mathbf{C})\right]' \cap \left[(\mathbf{A} - \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C}\right]$

4-.Exprese como intervalo y grafique:

A) $X < -2$ B) $-1 \le X < 0$

C) $-3 < X$ D) $X < -7$

E) $-6 \ge X$ F) $-3 \le X < -1$

H) $-4 \le X \wedge X > 3$ H) $-7 < X \le 7$

I) $3 \le X < 4$ J) $-\ 2/3 < X < 9/7$

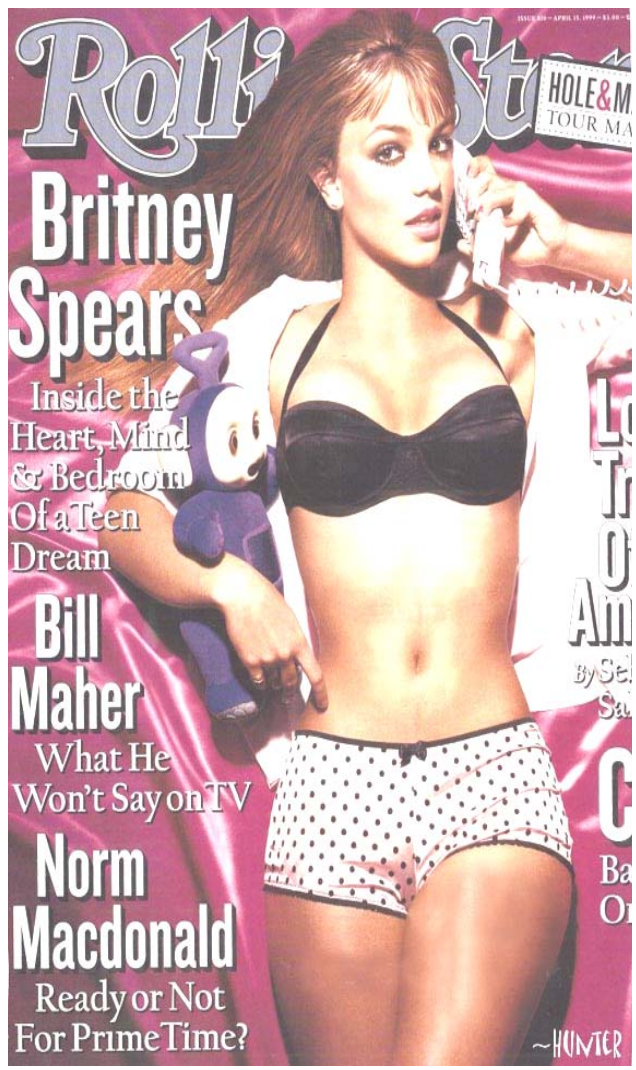
K) $3X \ge 1$ L) $\frac{3X}{5} \le 0,5$

M) $\frac{3}{5} \le 0,5X < \frac{7}{5}$ N) $\frac{5}{3} \le \frac{7}{5}X$

Ñ) $4^{3X+2} > 8^{1-5X}$

O) $27^{5-3X} \ge 81^{\frac{3-X}{4}}$

4-. Dados los conjuntos
A = [1, ∞), B = (-3, 10) y C = $[0, 4]$.
Encuentre:



** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS *

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO TRECE: INECUACIONES

ESTUDIANTE: ______________________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

La teoría de las inecuaciones y sus múltiples aplicaciones son uno de los temas de mayor importancia dentro de la matemática, tanto pura como aplicada, tanto elemental como avanzada. Este tema en verdad, aun cuando inicialmente parece trivial y "latoso", a la postre se tornará atractivo y **"engomador",** si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si así lo haces, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, luego: **¡vuélvete un "poceto" del trabajo y manipulación de las diferentes inecuaciones y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer las fracciones algebraicas reducibles e irreducibles.
- Aplicar de forma excelente los casos de factorización para simplificar fracciones algebraicas.
- Operar las fracciones algebraicas con suma resta multiplicación y división.

INECUACIONES LINEALES

Se comportan de forma similar a las ecuaciones lineales, salvo que cuando se multiplique o se divida por una cantidad negativa el orden de la inecuación cambia.

Ejemplos:

$$x+3(2-3x)\geq 5(1-x)-2x$$
$$x+6-9x\geq 5-5x-2x$$
$$6-8x\geq 5-7x$$

Ejemplo$_1$

$$1\geq x$$
$$x\leq 1$$
$$luego:$$
$$(-\infty,1]$$

Ejemplo$_2$

$$\frac{7-3x}{4}+2x\leq\frac{3-7x}{3}-3x$$
$$\frac{7-3x+8x}{4}\leq\frac{3-7x-9x}{3}$$
$$\frac{7+5x}{4}\leq\frac{3-16x}{3}$$
$$21+15x\leq 12-64x$$
$$64x+15x\leq 12-21$$
$$79x\leq -9$$
$$x\leq -\frac{9}{79}$$
luego:
$$\left(-\infty,-\frac{9}{79}\right]$$

Ejemplo$_3$

$$\frac{3x+2}{5}\leq\frac{2-3x}{4}$$
$$12x+8\leq 10-15x$$
$$27x\leq 2$$
$$x\leq\frac{2}{27}$$
Luego:
$$(-\infty,\frac{2}{27}\ ]$$

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante, por ahora continuemos trabajando con este material con los ejercicios siguientes:

INECUACIONES LINEALES

Hallar la "X" que satisfagan:

1) $5X+2<3$ **2)** $7-2X>1$

3) $\frac{X}{3}\leq 3$ **4)** $3x-4\geq 0$

5) $13-3X<12+5X$ **6)** $5X+2>X-6$

7) $3-x<5+3X$ **8)** $\frac{2X}{3}-\frac{1}{2}<0$

9) $3-2X\geq 9+4X$ **10)** $13\geq 2X-3$

11) $X+3<1$ **12)** $X-5\geq\frac{3}{2}$

13) $X-11<5X+3$ **14)** $3-6X<2X+1$

15) $\frac{5}{3}-\frac{X}{9}>X+2$ **16)** $13>2X-3>5$ **17)** $-2>6-4X>-8$

18) $2\geq -3-3X>-7$ **19)** $2<5-3X\leq 11$

20) $\frac{X-1}{3}<\frac{X+1}{2}$ **21)** $\frac{3-X}{12}>7$

22) 3 - (x + 4) –x ≤ x - (2x-7)

23) $\frac{3X-1}{12}>\frac{5-3X}{6}$

24) $\frac{X+1}{2}+\frac{X+2}{3}+\frac{X+3}{4}+\frac{X+4}{5}>\frac{X+5}{6}+\frac{X+6}{8}$

25) $\frac{3X-7}{8}+8\geq\frac{7-2X}{4}$

26) $1-\frac{3X-2}{5}\leq 1+\frac{X}{3}$

27) $\frac{3(X-4)+2}{3}+\frac{2(3-2X)-4}{6}\leq\frac{X-3}{12}$

28) $\frac{3(X+2)-4(5-X)}{5}+\frac{4(3X-1)+2(3-X)}{20}\geq\frac{X-7}{100}$

29) $\left(\frac{1}{3}\right)^{3X-1}\leq 9^{X-5}$

30) $Log_2(3X-1)\geq Log_4(X+1)$

AFIANZAMIENTO INECUACIONES LINEALES

Para asegurarte de que ya tienen buen manejo de las inecuaciones lineales ahí te va el "postre

"1-. Hallar las " X " que satisfagan dando la respuesta en notación de intervalo y elaborando la grafica en las siguientes inecuaciones lineales:

A) $3x-4\leq 2x+5$ **B)** $3(x-4)\leq 2(3-4x)$

C) $-1\leq x-4\leq 2$ **D)** $-1\leq 4x+3\leq 5$

E) $\frac{3}{5} \le 3x - 2 < 5$ **F)** $\frac{5}{7} < 4 - 3x \le 5$

G) $\frac{5}{7} < \frac{4}{3} - \frac{3}{4}x < 2$ **H)** $1 - 2x \le 3 - 4x < 2x + 1$

INECUACIONES CUADRÁTICAS

Algunas veces puede que no se trate de inecuaciones de segundo grado, sino de tercero o aun mayor, otras veces se tratará de funciones racionales.

Hallar el valor de "X" en las siguientes inecuaciones:

1. $\frac{4}{X} - 3 < \frac{2}{X} - 7$ **2.** $10X^2 - 3X - 1 > 0$

3. $X^2 > 4$ **4.** $X^2 < 9$ **5.** $\frac{X^2}{9} \ge 1$

6. $X^2 + X < 12$ **7.** $X^2 - X - 3 < 0$

8. $3X^2 + 3X - 2 \ge 0$ **9.** $3 - 5X \le 2X^2$

10. $8X^2 - 2X - 3 \le 0$ **11.** $(X-3)(X+5) \ge 0$

12. $(3X+1)(2X-3) < 0$ **13.** $(1-X)(X+7) \le 0$

14. $(9X-7)(4+3X) < 0$ **15.** $\left(\frac{1}{2} - 5X\right)\left(\frac{2}{3} + 5X\right) > 0$

16. $\left(1 - \frac{X}{2}\right)\left(3 + \frac{X}{5}\right) \ge 0$ **17.** $X(3X+2) \le X+2$

18. $\frac{X-3}{X+2} < 0$ **19.** $\frac{1-5X}{X-3} > 0$

20. $\frac{3-2X}{2-X} \le 0$ **21.** $\frac{X+3}{X-1} < 0$

22. $\frac{1}{3X-7} \le \frac{4}{3-2X}$ **23.** $\frac{2-3X}{2+X} + \frac{2+3X}{1-X} \le 0$

24. $X^3 + 1 > X^2 - 1$ **25.** $\frac{X^2 - 9}{16 - X^2} > 1$

26. $\frac{X^2 - 1}{X + 1} \le \frac{1}{2}$

27. $\frac{X+5}{3-2X} \ge \frac{X-1}{2-X}$ **28.** $\frac{4}{1-X} + \frac{7}{4+X} \le 0$

29 $\frac{x^3 + 2x}{x^2 + 2} \ge \frac{2x+6}{x+1}$.

30-. $\frac{(1-x)(2-x)(3-x)(x-4)}{(2-3x)(4x-1)(0{,}75x+1)(2x-3)} \le 0$

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

31. $|3X - 11| \le 2$ **32.** $\left|\frac{1}{X-1}\right| \le 2$

33. $7 \le |1 - 6X|$ **34.** $\frac{3}{2} < |5X - 1| \le 2$

35. $|6 - 2X| > 7$ **36.** $|3X + 7| - |X - 2| < 3$

37. $25^{|3X-2|} \le 5^{3|2X+1|}$ **38.** $2 \le \big|3 - |X + 1|\big| < 3$

39. $X - 1 \le \big||3X + 4| - 5\big| < 3 - 2X$

40-. $\frac{1}{2} \le |3 - 5X| < 2$ **41-.** $\frac{1}{2} \le \left|\frac{3}{4} - \frac{4}{3}X\right| \le 2$

42-. $\frac{3}{2} \ge \left|\frac{3}{4}X + \frac{5}{7}\right| > \frac{4}{3}$

43-. $\mathbf{2^{3^{X-5}} = 8^{9^{X+4}}}$

44-. $\mathbf{(\sqrt{2})^{8X-1} > 4^{X^2 - \frac{33}{4}}}$

45-. Hallar el valor de a para que se verifique el sistema:

$$\mathbf{-3 < \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 2}$$

46-. Halle los valores de X que verifican:

$$\mathbf{3 < \frac{3x - 1}{x - 5} < 5}$$

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

1. El administrador de una fábrica debe decidir si deben producir sus propios empaques, que la empresa ha estado comprando a otros proveedores a U$ 1,1 la unidad. La fabricación de los empaque incrementaría los costos generales de la empresa en U$ 800 al mes y el costo de material y de mano será de U$ 0,6 por cada empaque. ¿Cuántos empaques deberá utilizar la empresa al mes para justificar la decisión de fabricar sus propios empaques?

2. Un fabricante puede vender todas las unidades que produce a un precio unitario de $ 30, y tiene costos fijos de $ 12.000 al mes, además le cuesta $ 22 producir cada artículo. ¿Cuantas unidades debe producir y vender mensualmente para obtener utilidad?

3. Un artículo que se produce se puede vender a $ 150. Los costos fijos semanales $ 1500 y costos por unidad de $ 100 en materiales y mano de obra. Hállese el número de artículos que se deben producir y vender para que las utilidades semanales no inferiores a $ 1000.

4. Al precio de P por unidad, X unidades de cierto articulo puede venderse al mes en el mercado, con P = 600 – 5X. ¿Cuántas unidades deberán venderse para obtener ingresos de por lo menos $ 17.000.

5. Un fabricante puede vender X unidades a un precio unitario P = 200 – X. ¿Qué número de unidades deberá venderse par obtener ingresos mínimos de $ 9.900?

6. Si los costos de operación para el ejercicio anterior son C = 8000 + 75X, ¿Cuántas unidades deberán producirse y venderse para obtener una utilidad de al menos $ 5500?

7. Un fabricante puede vender todas las unidades que produce a un precio unitario de $ 25, los costos totales son C = 3000 + 20X – 0,1 x^2. ¿Cuántas unidades deberán producirse y venderse para obtener alguna utilidad?

8. Un editor puede vender 12000 ejemplares de un libro al precio de $ 25 cada uno. Por cada peso de incremento en el precio, las ventas bajan en 400 ejemplares. ¿Qué precio máximo deberá fijarse a cada ejemplar con el objeto de lograr ingresos no inferiores a $ 300.000?

9. Un granjero desea delimitar un terreno rectangular y tiene 200 metros de cerca disponibles. Halle las dimensiones del terreno si el área debe ser de al menos 2100 metros cuadrados.

** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS *

SANTANDER DE QUILICHAO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

CONFERENCIAS DE CLASE

TALLER NÚMERO QUINCE: OPERACIONES ENTRE FUNCIONES

ESTUDIANTE: ________________________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

Las operaciones como suma, resta multiplicación, división composición e inversión de funciones son verdaderas herramientas para hacernos a una aproximación conceptual clara de la realidad y la utilidad práctica de las funciones. Este tema en verdad, inicia de una manera muy elemental y casi complementario a los temas iniciales de operaciones con términos semejantes, y el nivel de complejidad, lo va colocando el propio estudiante en la medida que se dedica a este trabajo. Este tema, a la postre te parecerá atractivo y **"engomador",** si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si lo haces, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un "poceto" con las operaciones con funciones y, …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Operar con funciones con la suma, resta multiplicación, división, inversión y composición de funciones.
- Crear modelos funcionales respondan a situaciones del entorno y resolverlos, para dar solución a los diversos problemas que se generan en la cotidianidad.
- Manipular claramente los diversos tipos de funciones, su nomenclatura y sus diversas aplicaciones en la ciencia y en la técnica.

SUMA Y RESTA DE FUNCIONES

Ejemplo$_1$

sean

las.funciones

$f_{(x)} = x^2 + 7x - 3$

y

$g_{(x)} = -2x^2 + 3x - 5$

Hallar :

$A)(f+g)_{(x)}$

$B)3(f+g)_{(x)}$

$C)3f_{(x)} - 2g_{(x)}$

Solución :

$(f+g)_{(x)} = x^2 + 7x - 3 + (-2x^2 + 3x - 5)$

$= -x^2 + 10x - 2$

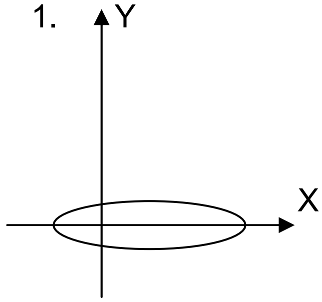
$B)3(f+g)_{(x)} = 3(-x^2 + 10x - 2) = -3x^2 + 30x - 6$

$C)3f_{(x)} - 2g_{(x)} = 3x^2 + 21x - 9 + 4x^2 - 6x + 10 =$

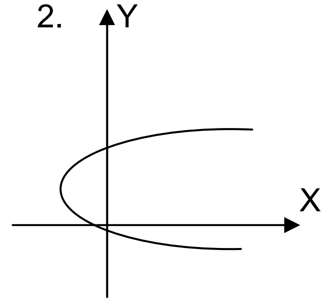
$7x^2 15x + 1$

En los siguientes ejercicios se da la grafica de una relación, y se debe colocar al frente si es o no función:

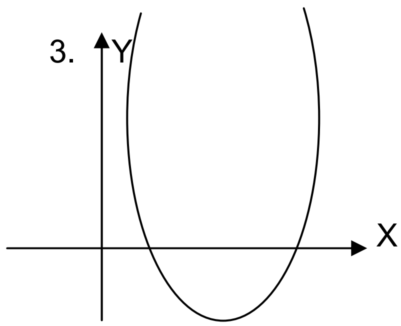
1.



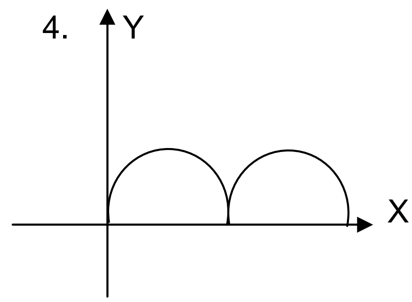
2.



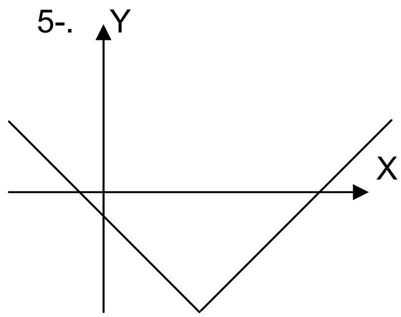
3.



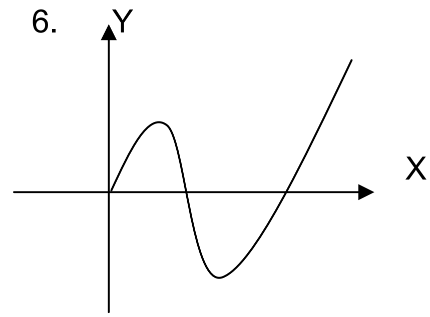
4.



5-.



6.



En los siguientes ejercicios halle el dominio de la función dada:

1- $f_{(x)} = 3x - 1$ 2- $f_{(x)} = 1 - 3x$

3- $f_{(x)} = \sqrt{x^2 - 9}$ 4- $f_{(x)} = \sqrt{5 - x}$

5- $f_{(x)} = |X|$ 6- $g_{(x)} = \left[X(1 - X)\right]^{1/2}$

7- $f_{(x)} \begin{cases} -3 si X < -1 \\ 1 si -1 \leq X < 2 \\ 4 si 2 \leq X \end{cases}$ 8- $f_X \begin{cases} X + 1 si X < 1 \\ 3X + 1 si X \leq 1 \end{cases}$

9- $f_{(x)} = \dfrac{3 - X^{1/2}}{3 - (4 - X)^{1/2}}$ 10- $f_{(x)} = \dfrac{\sqrt{4 - X^2}}{2 - |7 - 3X|}$

11- $f_{(x)} \dfrac{\sqrt{7 - X}}{\sqrt{X^2 - 1} - 2}$

12-. $f_{(x)} = \dfrac{\sqrt{169 - x^2}}{\sqrt{21} - \sqrt{x^2 - 100}}$

13- Trazar la gráfica de las siguientes funciones:

A) $Y = |X|$ B) $Y = |X-1|$ C) $Y = |X| - 1$

D) $Y = |X|^2$ E) $Y = [|X|]$ F) $Y = |2X|$

G) $Y = 2|X|$ H) $Y = (X^2 - 9)/(X-3)$

I) $Y = \begin{cases} X + 1 si X < 2 \\ 2X - 1 si 2 \leq X \end{cases}$ J) $Y = \begin{cases} X^2 - 4 si X \leq 3 \\ 2X - 1 si 3 < X \end{cases}$

K) $Y = |X| + |X-1|$ L) $Y = X/|X|$

M) $Y = X - |X|$ N) $Y = |X| + [|X|]$

Ñ) $Y = [|X|] - |X|$ O) $Y = |X| / [|X|]$

14-. Dadas las funciones:

$f_{(x)} = -5X^2 + 9X - 2$;
$g_{(x)} = 7X^2 - 15X + 12$; $h_{(x)} = 5X^2 - 9X + 2$,

HALLE:

A) F + G B) F – G C) F X G D) F / G E) $(F)^2$
F) F + H G) F – H H) G +H I) H – F J) H X G K) H / F L) H / G M) 2F- 3G + 4H N) 5h + 3f - 4g Ñ) F+ G + H O) $f_{(x+1)} + h_{(x-2)} - g_{(x-3)}$

15-. Si se tiene que:

$f_{(x)} = 3x^2 - 2x + 1$ Calcule:

A) $\mathbf{f}_{(0)}$ B) $\mathbf{f}_{(2)}$ C) $\mathbf{f}_{(\sqrt{2})}$ D) $\mathbf{f}_{(2-\sqrt{2})}$
E) $\mathbf{f}_{(-x)}$ F) $-\mathbf{f}_{(2)}$ G) $\mathbf{f}_{(x+1)}$ H) $\mathbf{f}_{(x)} + 1$
I) $\mathbf{2f}_{(x)}$ J) $\mathbf{f}_{(2x)}$

16- Dada la función $f_{(x)} = 3x^2 - 2x + 1$, determinar:

$$\frac{f_{(x+h)} - f_{(x)}}{h}$$

17-. Hallar la gráfica, el dominio y el rango de la función:

$$f_{(x)} = \frac{x}{x-1}$$

18-. Determine cuales de las siguientes funciones son inyectivas y cuales no lo son:

A) $f_{(x)} = 3x^2 - 6$ B) $f_{(x)} = 3x^3$ C) $f_{(x)} = \dfrac{x}{3x+3}$

19-. Determine si las siguientes funciones son pares o impares, y en caso de no ser ni lo uno ni lo otro, exprese dichas funciones como la suma de una función par y otra impar.

A) $f_{(x)} = 3x^2 - x + 6$ B) $f_{(x)} = 3x^3 - 2x + 5$ C) $f_{(x)} = \dfrac{x}{3x+3}$

20-. Sea $f_{(x)} = \begin{Bmatrix} x^2 \ldots si \ldots x \leq 1 \\ 1 - x \ldots si \ldots x > 1 \end{Bmatrix}$

A) Halle f o g
B) Bosqueje la gráfica de f o g

21-. Determine si las siguientes funciones son o no polinomios, justifique su respuesta, y en caso de serlo determine su grado.

A) $f_{(x)} = 2x^3 + 5x^2 - 3$

B) $f_{(x)} = -x^2 + 6x + 6x^4 - 1$

C) $f_{(x)} = x^{1/3} - x + 1$

D) $f_{(x)} = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

22-. Dada la función $f_{(x)} = x^2 + 4x - 12$:

A) Simplifique la expresión $\dfrac{f_{(x+h)} - f_{(x)}}{h}; h \neq 0$

B) Encuentre todos los valores de x para los cuales $\mathbf{f}_{(x)} > 0$

23-. Dadas las funciones $f_{(x)} = \dfrac{1}{x-1}$ y $g_{(x)} = \dfrac{x}{2-x}$

A) Halle el dominio de f y dado que f es inyectiva, determine $f^{-1}_{(x)}$

B) Halle el dominio de f o g y determine (f o g)(x), simplificando al máximo su expresión.

24-. Use la propiedad de las funciones inversas para determinar si las funciones $f_{(x)} = \dfrac{4x-1}{x}$ y $g_{(x)} = \dfrac{1}{4-x}$ son inversas entre sí.

25-. Dada la función $f_{(x)} = 3x^2 + 1$, simplifique al máximo la expresión $\dfrac{f_{(x+h)} - f_{(x)}}{h}; h \neq 0$

26-. Dadas las funciones $f_{(x)} = \dfrac{5}{x}$ y $g_{(x)} = \dfrac{x}{x-4}$

A) Halle el dominio de la función (f o g).

B) Halle (f o g)(x) , simplificando la expresión la máximo.

27-. Dada la función:

$$f_{(x)} = \begin{cases} (x+2)^2 + 2 \ldots si \ldots x < -2 \\ |x| + 1 \ldots\ldots si \ldots . |x| \leq 2 \\ \sqrt{x-2} + 3 \ldots si \ldots x > 2 \end{cases}$$

Determine $f_{(0)}, f_{(-1)}, f_{(-\frac{5}{2})}, f_{(4)}, f_{(2)}$

28-. Trace la gráfica de las siguientes funciones:

A) $f_{(x)} = \begin{cases} 3 \ldots si \ldots x < 2 \\ x - 1 .. si \ldots . x \geq 2 \end{cases}$

B) $f_{(x)} = \begin{cases} x \ldots si \ldots x < -1 \\ x^2 - 2 .. si \ldots . |x| \leq 1 \\ -1 \ldots si \ldots x > 1 \end{cases}$

C) $f_{(x)} = \begin{cases} -x \ldots si \ldots x < -1 \\ 1 \ldots si \ldots . -1 \leq x < 1 \\ x \ldots si \ldots x > 1 \end{cases}$

D) $f_{(x)} = |x+2| + 1$

E) $f_{(x)} = x^3 - 1$

Ellas también ven

F) $f_{(x)} = 2 - \sqrt{x+1}$

G) $f_{(x)} = |x^2 - 6x + 5|$

29-. Obtenga la gráfica de $f_{(x)} = \dfrac{1}{x}$ para X > 0 trazando puntos, y utilice esta gráfica para trazar la gráfica de las siguientes funciones:

$y = \dfrac{-1}{x}$

$p = \dfrac{1}{x-1}$

$q = 1 + \dfrac{1}{x+2}$

30-. Determine si la función es par, impar o ninguna de las dos:

A) $f_{(x)} = x^2 + x$ B) $f_{(x)} = |x| + \dfrac{1}{x^2}$

C) $f_{(x)} = x^5 - 3x$

31-. Determine f + g, f – g, f.g y f/g, así como su dominio, si:

A) $f_{(x)} = x^2 - x; g_{(x)} = x + 5$

B) $f_{(x)} = \sqrt{x+1}; \ldots g_{(x)} = \sqrt{1-x}$

C) $f_{(x)} = \dfrac{2}{x}; \ldots g_{(x)} = \dfrac{-2}{x+4}$

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO DIECISEIS: AFIANZAMIENTO SOBRE FUNCIONES

ESTUDIANTE: ______________________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

Las funciones son la base del cálculo y en verdad no es fácil sobreestimar el valor de estos elementos matemáticos, pues ninguna técnica o ciencia puede prescindir de ellas…

Es prácticamente imposible hallar una ciencia o una actividad humana que no implique directa o indirectamente el trabajo con funciones, las cuales en su estudios son siempre manejables y cómodas de operar, y, a la postre notarás el atractivo que tienen y lo **"engomador"** que se pueden tornar, si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si estudias con entrega, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un "poceto" en el trabajo con las funciones, y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Trabajar con solvencia con los logaritmos y sus propiedades.
- Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Comprender con claridad la relación entre la función exponencial y la logarítmica.
- Graficar funciones logarítmicas y exponenciales.
- Aplicar los logaritmos y la función exponencial, a la solución de problemas de matemática financiera.
- Aplicar de forma excelente las propiedades de los logaritmos a la soluciones de problemas de la vida práctica.

NOTA: estamos en construcción de estas conferencias, por ello la temática faltante la iremos colocando más adelante, por ahora vamos a continuar con el trabajo que ya hemos adelantado en la conferencia anterior:

1- Dadas las funciones: $f_x = 3 - 2X$ $g_x = 3X - 2$
Halle:

a) $(f \circ g)_x$ b) $(g \circ f)_x$ c) $(f \circ f)_x$

d) $(g \circ g)_x$

2- Dadas las funciones: $f_x = X^2 + 4x - 3$ $g_x = 3^2 - 5x + 4$ hallar:

a) $(f \circ f)_x$ b) $(g \circ g)_x$ c) $(f \circ g)_x$

d) $(g \circ f)_x$

3- Dadas $f_x = |x|$, $g_x = 2X - 1$, hallar el dominio de cada función y el dominio de las compuestas siguientes:

a) $(f \circ f)_x$ b) $(g \circ g)_x$ c) $(g \circ f)_x$

d) $(f \circ g)_x$

4- Halle las fórmulas para $(f \circ g)_x$ si:

a) $f_x = \begin{cases} 0 & \text{si } X < 0 \\ 2x & \text{si } 0 \le X < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \le X \end{cases}$ $g_x = \begin{cases} 1 & \text{si } X < 0 \\ X/2 & \text{si } 0 \le X < 1 \\ 1 & \text{si } X \ge 1 \end{cases}$

b) $f_x = \begin{cases} 0 & \text{si } X \le 0 \\ X^2 & \text{si } 0 < X \le 1 \\ 0 & \text{si } X > 1 \end{cases}$ $g_x = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \le X < 1 \\ 2X & \text{si } 1 \le X < 3 \\ 1 & \text{si } X \ge 3 \end{cases}$

5- Halle el rango y el dominio de la función:
$f_x = \left(X^3 - 1\right) / \left(X^2 - 1\right)$

6- En tanto sea posible, halle la inversa $\left(f^{-1}\right)$ de las siguientes funciones:

a) Y = 3 – 2X b) Y = 3X – 5

c) $Y = 3\sqrt{(1 - X)}$ d) Y = 5/(2X - 1)

e) Y = (2X - 1) / 7 f) Y = (2X + 3) / (x - 1)

g) Y = ln (2X - 1)

7- Grafique en un mismo plano la función dada y su inversa del ejercicio 6.

8- Sea $f_x = 1 / (x - 2)$. Determinar par que valores f^{-1} existe, halle f^{-1}, rango y dominio de f_x y de f^{-1}. Grafique las dos funciones en el mismo plano.

9- Dada la función $f_x = e^{2x}$, halle su inversa y grafique las dos funciones en el mismo plano.

10- Hallar el dominio y el rango de la función:
$f_x = \sqrt[3]{X^2 + X - 8}$

11- Para todo X $\ge$ 3; $f_x = X^2 - 9$ hallar f^{-1} y graficar las dos funciones en un mismo plano, además, hallar dominios y rangos.

12- Hallar la inversa de $f_x = 2\sqrt{5 - 3x}$ analizar y explicar.

Dadas las funciones:

f(x) = 3x-7 $\wedge$ g(x) = x+5 Halle:

a) f(x) = g(x) b) g(x) - f(x) c) f(2x)

d) 3f(x) + 5g(x) e) 2f(x) - 3g(3x) f) f(x).g(x)

g) 4f(x).3g(x) h) f(1-x)+g(2x-1) i) f(x)÷g(x)

j) f(a) k) f(a)+g(a) l) f(a+1) - g(a)

13- Exprese el perímetro P de un cuadrado en función de su área A.

14-. Exprese el perímetro y el área de un rectángulo, como función de sus lados X e Y.

15- De una lámina rectangular de espesor despreciable, se hace una caja abierta, recortando cuadrados iguales en cada esquina de la lámina. Si el lado del cuadrado es X, y los lados de la lamina son a y b, exprese el volumen de la caja en función de a, b y X.

16- Determine si 5 y - 5 pertenecen al rango de la función f(x) = 3X (X + 1).

17- Determine la función inversa $\left(f^{-1}\right)$ de:

a) $f(x) = \sqrt{5 - x}$ b) $f(x) = 3 - \sqrt{2x - 1}$

18- Halle el dominio de $f^{-1}(x)$, si $f(x) = 7 + \sqrt{1 - 2x}$

19- Halle el dominio y el rango de $f^{-1}(x)$ si:

a) $f(x) = \sqrt{x - 3} + 4$ b) $f(x) = 2\sqrt{3x - 1} - 5$

20-. Determine el dominio de la función:

$$f_{(x)} = \frac{4 - \sqrt{225 - X^2}}{3 - \sqrt{X^2 - 16}}$$

COMPLEMENTO SOBRE FUNCIONES Y REPASO GENERAL

1-. Simplifique al máximo

A) $\left(\left(x^2+y^2\right)(x-y)^{-1}+2(x^{-1}-y^{-1})^{-1}\right)^{-1}$

B)
$\frac{3}{2}\left[16(-2+4)-30\left(\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\right)\right]\frac{5}{\pi}\left[3(4-8)(9\pi-4\pi)\right]$

C) $\left[\dfrac{\frac{1}{4}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)}{1+\dfrac{1}{1+\frac{7}{5}}}\right]^{-1}$

D) $\dfrac{x^4-y^4}{(x-y)^2}\cdot\dfrac{y^2}{x^2+y^2}\cdot\dfrac{x-y}{xy+y^2}$

E) $\dfrac{\frac{a-b}{a}-\frac{a+b}{b}}{\frac{a-b}{b}+\frac{a+b}{a}}$ F) $\dfrac{a^{-1}+b^{-1}}{(a+b)^{-1}}$ G) $\dfrac{x^{-2}+y^{-2}}{x^{-1}+y^{-1}}$

H) $\left[\dfrac{3^2.5^{-7}+5^{-8}.3^3}{(5^{-4}.2^3)^3+(5^{-3}.2^2)^4}\right]^{-1}$

2-. Demuestre que:

A) $\left(1-\left(1+x^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}=x+1$

B)
$\left(\dfrac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}}+\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}\right)\cdot\left(\dfrac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}}-\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}\right)^{-1}=\dfrac{1}{2x+1}$

C)
$\left[\left(x^2+y^2\right)(x-y)^{-1}+2\left(x^{-1}-y^{-1}\right)^{-1}\right]^{-1}=\dfrac{1}{x-y}$

3-. Resuelva para "X":

A) $5+3|x-2|\le 8$ B) $\dfrac{x-2}{3x+5}>4$

C) $\dfrac{4}{x-1}+\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{20}{x^2-1}$

D) $2x^2-6x+3=0$

E) $(x-2)^5-9(x-2)^3=0$

F) $3|x-2|-2|x|=5$

G) $\dfrac{x+7}{x-2}=\dfrac{x-4}{x+2}+\dfrac{15}{x^2-4}$

H) $x^4-81=0$

I) $|x-2|=2x-6$

J) $x^{\frac{2}{3}}+4x^{\frac{1}{3}}-5=0$

K) $|x-3|+|x-2|\ge 2$

L) $\left|\dfrac{1-x}{x}\right|-\left|\dfrac{2-3x}{1-x}\right|\le 1$

M) $\left|5x-\left|1-\dfrac{3x-1}{7}\right|\right|\le\dfrac{1}{3}$

N) $\left|\dfrac{-2x^2-4x-2}{x^2+x-2}\right|\le 1$

4-. Responda falso o verdadero pero justificando su respuesta:

A) Sea z un número complejo, entonces $z+\bar{z}$ es un número real

B) Un número complejo es igual a su conjugado si y solo si el número es real

C) El resultado de z^{4448} es -1.

5-. Si $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ determine:

A) f(0) B) f(2) C) $f(\sqrt{2})$ D) $f(1+\sqrt{2})$ E) f(-x)

F) - f(x) G) f(x + 1) H) f(x) + 1

I) 2 f(x) J) f(2x) K) f(1/x) L) $f(\sqrt{x})$

6-. Si $f(x) = 3x^2 - x + 2$, determine $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

7-. Determine el dominio y el rango de la función en cada literal:

A) $f(x) = x^2 + 5$ B) $f(x) = x^2 + 3$ si $-3 \le x \le 5$

C) $h(x) = \sqrt{9-x^2}$ D) $g(x) = |x-2|$ si $-1 \le x \le 3$

8-. Halle el dominio de cada una de las siguientes funciones:

A) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-1}$ B) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-x-2}$

C) $f(x)=\sqrt[6]{x^2+2x-15}$ D) $f(t)=\sqrt{\dfrac{t^2-4t}{t-4}}$

E) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{x^2-900}{1600}}}{3-\sqrt{\dfrac{4x^2-100}{200}-\dfrac{3}{2}}}$

9-. Halle el valor de k para que la solución de la ecuación $3x+1-5k=2k+x-10$ sea -3.

10-. Si

$a.b=\frac{1}{3}$, y $a+b=2$, ¿se puede concluir que $a^3+b^3=6$?

11-. Se invierten $ 150.000 al 3% mensual. ¿Cuánto dinero adicional se debe invertir al 3,2% mensual si se quiere que al final del mes los intereses sean $ 6000.

12-. Un campesino desea cercar un terreno rectangular y piensa usar 180 metros de alambrado. Además, uno de los lados del terreno limita con un río de orilla recta, donde no se colocará alambre. Halle el área del terreno si la longitud del lado paralelo a la orilla del río es el doble de la longitud de uno de los lados adyacentes.

13-. Un terreno rectangular tiene 6 metros más de largo que de ancho. Cada diagonal de una esquina a la opuesta tiene 174 metros de largo. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

14-. El precio de la boleta para la final de la Copa Libertadores es de $ 35.000 en Oriental Alta y $ 25.000 en Oriental baja. Si se vendieron 12000 boletas en esta tribuna, para un total de 350.000.000 de pesos, ¿Cuántas personas entraron en cada sección?

15-. Dada la función $f(x)=-x^2-7x-10$:

A) exprésela de la forma $f(x)=a(x-h)+k$

B) Identifique el vértice y determine si se trata de un máximo o de un mínimo.

C) Trace la gráfica de f(x)

16-. Un granjero desea proteger un campo rectangular con una cerca y dividirlo en dos campos rectangulares más pequeños mediante otra cerca paralela a uno de los costados del campo. Tiene disponible 3000 yardas de cerca. Determine las dimensiones del campo de tal manera que el área total protegida sea máxima.

17-. Una caja rectangular abierta con un volumen de 12 dm^3 tiene base cuadrada. Exprese el área de la superficie de la caja como una función de la longitud del lado de la base.

18-. Halle el máximo volumen que puede tener una caja rectangular abierta de base cuadrada, si se construyó de una lámina cuadrada muy delgada de lado 12 dm.

19-. Determinar si cada una de las siguientes funciones son inyectivas:

A) $f:\Re\to\Re \quad y=f(x)=x^4-2$

B) $g:[0,+\infty]\to\Re$, $y=g(x)=\sqrt{x}$

20-. Dadas las funciones:

$f(x)=\sqrt{x+4}$ y $g(x)=x^2-9$ calcular (f/g)(x) y $D_{f/g}$

21-. Dadas las funciones:

$f(x)=x^2$ y $g(x)=\sqrt{x-1}$ Calcular:

A) (g o f)(3) B) (f o g)(x) y su dominio

22-. Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases}(x-1)^2+3 & \text{si } x<-1\\ |x|-4 & \text{si } |x|\le 1\\ \sqrt{x+2}+3 & \text{si } x>1\end{cases}$$

Determine:

A) f(0) B) f(-1) C) f(-3) D) f(4) E) f(2)

23-. Exprese el área de un rectángulo en función de su base, si se sabe que la base está en el eje X y sus vértices superiores es la gráfica de la curva: $f(x) = 4-x^2$

24-. Un hombre está parado en el punto A en la orilla de un río recto de 500 metros de ancho, y desea alcanzar el punto B que está 2 km corriente abajo sobre la orilla opuesta, primero remando en su barca a un punto P de la orilla opuesta y después caminando la distancia restante X hasta B. Puede remar a 10km/h y caminar a 20 km/h. Exprese el tiempo que tarda para ir desde A hasta B en función de X.

25-. Determine (f o g)(x) así como su dominio:

A) $f(x)=x^2-4$; $g(x)=\sqrt{3x}$

B) $f(x)=\frac{1}{x}$; $g(x)=\frac{x}{x+2}$

26-. La cantidad de dióxido de carbono que produce un vehículo deportivo depende de su rendimiento de combustible de acuerdo con la función:

$c(x)=3x^2-2080x+44000$, donde x es el rendimiento de combustible en un automóvil deportivo en millas por galón. Según el modelo, ¿cuál es el rendimiento de combustible que produce la menor contaminación con dióxido de carbono?

27-. Use la propiedad de las funciones inversas para determinar si las funciones $f(x)=\frac{4x-1}{x}$ y $g(x)=\frac{1}{4-x}$ son inversas entre sí.

28-. Dada la función $f(x)=3x^2+1$ simplifique al máximo la expresión:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{con } h\neq 0$$

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
TALLER NÚMERO DIECISIETE: FUNCIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

ESTUDIANTE: ______________________ ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

MOTIVACIÓN:

Trabajar en matemáticas puede convertirse en una verdadera aventura cuando se realiza con voluntad y verdadero deseo de aprender o de conocer. En esta aventura conocerás personajes, trucos, sorpresas, ideas interesantes, en fin una innumerable cantidad de situaciones que pondrán a prueba tu pensamiento crítico, tu capacidad de análisis y hasta su originalidad y creatividad. Si verdaderamente hay motivación por el estudio, la matemática es el área especial para proporcionarte gratos momentos, pues cada ejercicio, cada problema resuelto es una pequeña victoria en esta aventura, y cada contratiempo, cada error, se convierte en un acicate para iniciar con más ganas, con más bravura, con más **PASIÓN.**

Las funciones exponencial y logarítmica son funciones inversas, y están siempre para complementarse. No es fácil sobreestimar el valor de estos dos tipos de funciones, siendo que entre sus aplicaciones se encuentra el calculo de intereses, cuotas de amortización, cálculo de valores presentes y valores futuro, en biología, la mayoría de los cultivos bacterianos implican el uso de funciones exponenciales para el cálculo de la cantidad de individuos, en química sucede algo similar con la evaluación de la vida media de un elemento.

Es prácticamente imposible hallar una ciencia o una actividad humana que no implique directa o indirectamente el trabajo con estas funciones, las cuales en su estudios son siempre manejables y cómodas de operar, y, a la postre notarás el atractivo que tienen y lo **"engomador"** que se pueden tornar, si lo asumes con seriedad, dedicación y empeño. Si estudias con entrega, lograrás desarrollar tu pensamiento lógico-matemático, avanzando hasta el pensamiento más formal, así que: **¡vuélvete un "poceto" en el trabajo con las funciones logarítmicas y exponenciales, y …¡sonríe: estás haciendo matemáticas!**

ORIENTACIÓN.

En esta conferencia o guía, encontraras algunas ayudas en este tema, pero pronto verás que todo no está hecho, pues tú serás el (la) que hagas las cosas, tu serás el (la) constructor de tu propio conocimiento, en otras palabras, la educación cambió, y ahora es el estudiante el que juega el papel protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y dicho protagonismo también va en la consulta de los temas y la solución de los problemas, pues solo así, dejaras de solo aprender, y aprenderás a prender y a aprender a hacer con el saber.

OBJETIVOS:

Finiquitado el trabajo comprometido con esta guía, el estudiante estará en capacidad de:

- Trabajar con solvencia con los logaritmos y sus propiedades.
- Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Comprender con claridad la relación entre la función exponencial y la logarítmica.
- Graficar funciones logarítmicas y exponenciales.
- Aplicar los logaritmos y la función exponencial, a la solución de problemas de matemática financiera.
- Aplicar de forma excelente las propiedades de los logaritmos a la soluciones de problemas de la vida práctica.

FUNCIONES EXPONENCIALES

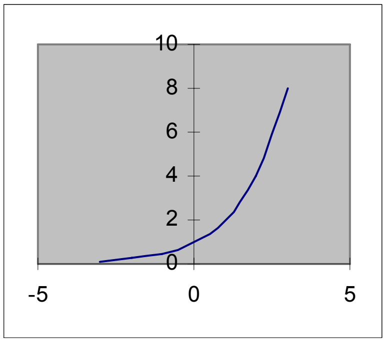
REPASO DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Las funciones lineales, cuadráticas, polinómicas y racionales se conocen como **funciones algebraicas**. Las funciones algebraicas son funciones que se pueden expresar en términos de operaciones algebraicas. Si una función no es algebraica se llama una **función trascendental.** Las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas son funciones transcendentales.

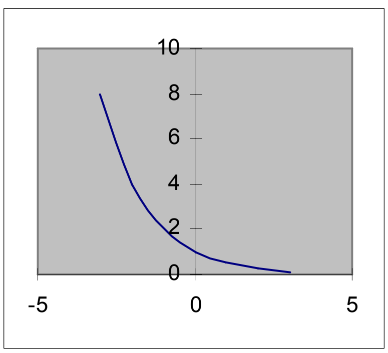
Definición: Una **función exponencial** es una función de la forma $y = a^x$, donde $a>0$ y a es diferente de uno.

Ejemplos:

1) $f(x) = 2^x$



2) $f(x) = (2^{-2})^x = 2^{-x}$



Nota: Cuando (la base) $a > 1$ entonces la función exponencial es una función creciente, como lo es $f(x) = \mathbf{2^x}$. Mientras que cuando $a < 1$, la función exponencial es una función decreciente, como lo es $f(x) = \mathbf{2^{-x}}$.

Algunas características de las funciones exponenciales crecientes:

1) El dominio es el conjunto de los números reales.

2) El recorrido es el conjunto de los números reales positivos.

3) El valor de **y** se acerca a cero pero nunca será cero, cuando **x** toma valores negativos.

4) Todas las funciones intersecan al eje y en el punto (0,1).

5) Son funciones continuas.

6) El límite de $y = \mathbf{a^x}$ cuando **x** disminuye indefinidamente se aproxima a cero, esto es,

$$\lim_{x \to -\infty} a^x = 0.$$

NOTA: El concepto de límite ahora es intuitivo, el tema y la definición formal se trabaja en el curso de cálculo.

Algunas características de las funciones exponenciales decrecientes:

1) El dominio es el conjunto de los números reales.

2) El recorrido es el conjunto de los números reales positivos.

3) El valor de **y** se acerca a cero pero nunca será cero, cuando **x** toma valores positivos.

4) Todas las funciones intersecan al eje y en el punto (0,1).

5) Son funciones continuas.

6) El límite de $y = a^{-x}$ cuando **x** aumenta indefinidamente se aproxima a cero, esto es,

$$\lim_{x \to \infty} a^{-x} = 0.$$

Ya sabes calcular $y = a^x$ (función exponencial) para todo número real x. Ahora queremos proceder en forma inversa. Partiendo de y, ¿cómo podemos determinar a x? Por ejemplo: si $8 = 2^x$, ¿cuál es el valor de x? __________; si $100 = 10^x$. ¿cuál es el valor de x? ___________

Pero la mayoría de las ecuaciones exponenciales no tienen soluciones tan evidentes.

Definición: El **logaritmo** de un número **y** es el exponente al cual hay que elevar la base **a** para obtener y. Esto es, si **a > 0** y **a** es diferente de uno, entonces $\mathbf{\log_a y = x}$ si y sólo si $\mathbf{y = a^x}$.

Nota: La ecuación $\mathbf{\log_a y = x}$ se lee "el logaritmo de **y** en la base **a** es **x**".

Ejemplos:

1) ¿A qué exponente hay que elevar la base 5 para obtener 25? Al exponente 2, ya que $5^2 = 25$. Decimos que **"<u>el logaritmo de 25 en la base 5 es 2</u>".** Simbólicamente lo expresamos de la forma $\log_5 25 = 2$. De manera que. $\mathbf{\log_5 25 = 2}$ es equivalente a $\mathbf{5^2 = 25}$.

2) También podemos decir que $\mathbf{2^3 = 8}$ es equivalente a $\mathbf{\log_2 8 = 3}$.

Resolución de ecuaciones logarítmicas simples.
Ejemplos para discusión:

1) Halla el valor de x si $\log_3 9 = x$.

2) Halla el valor de a si $\log_a 8 = 3$.

3) Halla el valor de y si $\log_2 y = 7$.

Propiedades de los logaritmo comunes: Para a > 1.

1) $\log_a 1 = 0$

2) $\log_a a = 1$

3) $\log_a (u\,v) = \log_a u + \log_a v$

4) $\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$

5) $\log_a (u^n) = n \log_a u$

6) $\log_a M = \log_a N$, entonces M = N

EJEMPLOS PARA DISCUSIÓN:

1) Halla el valor de x si $\log_2 x - \log_2 (x - 8) = 3$.

2) Resuelve para x la ecuación:

$$\log_8 3 + \tfrac{1}{2} \log_8 25 = \log_8 x .$$

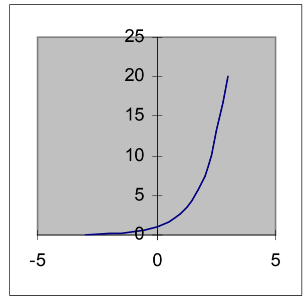
Ejercicio de práctica: Resuelve:

$$\log_4 (x + 1) - \log_4 (3x - 2) = 2.$$

FUNCIÓN EXPONENCIAL NATURAL

La letra **a** que aparece en la función exponencial se llama la **base**. La base puede ser cualquier número real positivo (ver definición de función exponencial). Sin embargo, hay casos donde se usa como base un número irracional denotado por **e = 2.71828...**

La función exponencial $\mathbf{f(x) = e^x}$ se conoce como la **función exponencial natural**. La gráfica de esta función es:



$f(x) = e^x$

LOGARITMO NATURAL:

También podemos formar logaritmos con base e. Estos se llaman **logaritmos naturales**. Se representan por el símbolo ***ln***. De manera, que si $\mathbf{y = e^x}$, entonces $\mathbf{x = \log_e y = \ln}$.

El logaritmo natural tiene todas las propiedades para logaritmos con base general a. En particular:

1) $\ln (u\,v) = \ln (u) + \ln (v)$

2) $\ln \frac{u}{v} = \ln(u) - \ln(v)$

3) $\ln u^n = n \ln u$

4) $\ln e = 1$

5) $\ln 1 = 0$

EJEMPLOS PARA DISCUSIÓN:

1) Usa las propiedades de los logaritmos para escribir las siguientes expresiones como una suma, diferencia o múltiplo de logaritmos:

$a)\log_5 \frac{10}{9} =$

$b)\log_2 \frac{xy}{5} =$

$c)\ln \sqrt{3x + 2} =$

2) Usa las propiedades de los logaritmos para escribir las siguientes expresiones como el logaritmo de una sola cantidad:

$a)\ln(x) + 2\ln(y) =$

$b)\log_{10}(x + 1) - \frac{1}{2}\log_{10} x - \log_{10}(x^2 - 1) =$

EJERCICIOS

Escribe cada ecuación exponencial a la forma logarítmica y viceversa:

1) $2^3 = 8$

2) $3^{-1} = \frac{1}{3}$

3) $27^{\frac{2}{3}} = 9$

4) $\log_{10} 0.01 = -2$

5) $\ln 2 = 0.6931...$

6) $\ln 0.5 = -0.6931...$

Halla el valor de x:

7) $\log_{10} 1000 = x$

8) $\log_4 \frac{1}{64} = x$

9) $\log_3 x = -1$

10) $\log_x 27 = 3$

11) $\log_{27} x = \frac{-2}{3}$

12) $\log_3 x + \log_3 (x - 2) = 1$

13) $x - 3 = \log_2 32$

14) $x^2 - x = \log_5 25$

Dibuja la gráfica de :

15) $f(x) = 3^x$

16) $y = 3^{-x}$

Usa las propiedades de los logaritmos para escribir cada expresión dada como una suma, diferencia o múltiplo de logaritmos.

17) $\log_2 xyz$

18) $\ln \frac{xy}{2}$

19) $\ln \sqrt{a-1}$

20) $\log_2 \sqrt{2^3}$

21) $\log_2 \frac{1}{5}$

22) $\ln 3e^2$

Escribe cada expresión con un único logaritmo:

23) $\log_3 (x - 2) - \log_3 (x + 2)$

24) $3 \ln x + 2 \ln y - 4 \ln z$

25) $2[\ln x - \ln (x + 1) - \ln (x - 1)]$

RESPUESTAS:

1) $\log_2 8 = 3$

2) $\log_3 \frac{1}{3} = -1$

3) $\log_{27} 9 = \frac{2}{3}$

4) $10^{-2} = 0.01$

5) $e^{0.6931...} = 2$

6) $e^{-0.6931..} = \frac{1}{2}$

7) $x = 3$

8) $x = -3$

9) $\frac{1}{3}$

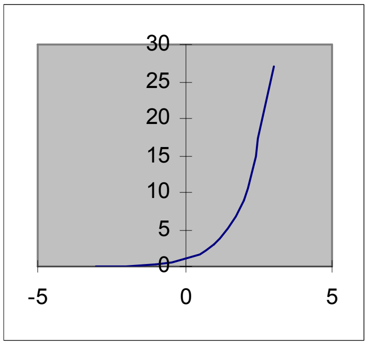
10) $x = 3$

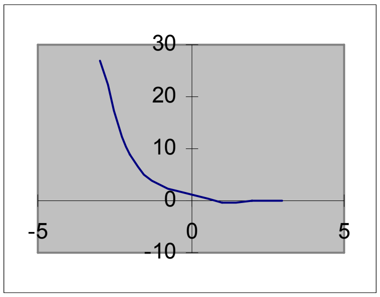
11) $x = \frac{1}{9}$

12) $x = 3$

13) $x = 8$

14) $x = 2$

15) 

16) 

17) $\log_2 x + \log_2 y + \log_2 z$

18) $[\ln x + \ln y] - \ln 2$

19) $\frac{1}{2}\ln(a-1)$

20) $\frac{3}{2}\log_2 2$

21) $-\log_2 5$

22) $\ln 3 + 2$

23) $\log_3\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$

24) $\ln\left[\frac{x^3y^2}{z^4}\right]$

25) $\ln\left(\frac{x}{x^2-1}\right)^2$

GRAFICAS

Utilizando preferentemente papel milimetrado, graficar las siguientes funciones:

1- a) $Y = 2^X$ b) $Y = 2^{-X}$ c) $Y = \left(\frac{1}{2}\right)^X$

d) $Y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-X}$ e) $Y = 2^{2-X}$

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES

2- Hallar los valores de la variable que satisface las siguientes ecuaciones:

a) $3^{3-x} = 9^{x^2}$

b) $(2/3)\log X^3 + \log_{100} x^{2/3} = \log(X+2)^{2/3}$

c) $(\log X)^3 = \log X^4$ d) $9^{2-3x} = (1/3)^{x-7}$

e) $\log_4(\frac{1}{64}) = x$ f) $\log_3 \frac{x-3}{x+5} = -2$

g) $\log_3 X + 2\log_9 X + 3\log_{27} X = 6$

h) $\log_4(X-2)\log_4 16 = 1$

i) $\log(X+6) - (1/2)\log(2X-3) = 2 - \log 25$

j) $\sqrt{\log X} = \log\sqrt{X}$ k) $\log\left(X^{\log X}\right) = 1$

l) $2^{3X-2} = 2^{X+3}$

m) $2\log(\log X) = \log(7 - 2\log X) - \log 5$

n) $2 \bullet 3^{2X} - 5 \bullet 3^X + 2 = 0$ ñ) $5^X - 5^{-X} = 6$

o) $\log X^3 = (\log X)^3$

p) $\log_2 X - \log_4 (X+1)^2 = 0$

r) $\log(\mathit{In}X) = \mathit{In}(\log X)$

3- Resuelva las siguientes inecuaciones:

a) $\log_2(3X-1) > -2$ b) $\log_2 X^2 \geq (\log_4 X)^3$

c) $\log_4 X - \log_2 (x+1)^2 \leq 0$

4- Resuelva el sistema indicado:

a) $\begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 8^{x-y} = 64 \end{cases}$

b) $\begin{cases} XY = a^2 \\ \log^2 X + \log^2 Y = (5/2)\log^2 a^2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2^x \bullet 3^y = 12 \\ 2^y \bullet 3^x = 18 \end{cases}$

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

5- Don Tirso de Molina deposita $ 1.000.000 en una cooperativa a un interés anual del 30% Cuál será su saldo cuando ha transcurrido 4 años, si el interés se capitaliza:
a) Cada mes b) Trimestralmente
c) Semestralmente d) Continuamente

6- El señor Partodio Peralta deposita $500.000 en un banco que ofrece un interés del 12% anual. ¿Cuál es el saldo al cabo de 5 años si el interés se capitaliza:
a) Mensualmente b) Continuamente

7- La señorita Mónica Galicia deposita cierta su de dinero en una corporación que paga un interés del 12% anual. ¿Cuánto tiempo mantuvo el dinero en dicha corporación, si al retirar el saldo, el dinero se había triplicado. Sabiendo que la capitalización es continúa?

8- Un fabricante de bombillos ha hecho un estudio estadístico de la confiabilidad de su producto. Dicho estudio indica que la fracción f $_{(X)}$ de sus bombillos que funciona por lo menos durante X horas es aproximadamente:

$$f(X) = e^{-0,02X}$$

a) ¿Qué fracción de los bombillos puede esperarse a que funcione por lo menos durante 50 horas?
b) ¿Qué fracción de bombillos puede esperarse que falle entre la 40^{ava} y la 50^{ava} hora de uso?

MÁS SOBRE FUNCIONES LOGARÍTMICAS Y EXPONENCIALES

9- Si $f(x) = Ae^{3-2x}$ si f (0) = e, calcule
a) f (1,5) b) $1n\left[f(1)\right]$

EJERCICIOS

1) $\dfrac{\sqrt[3]{a^{2x-5}}}{\sqrt[4]{a^{5-3x}}} = 1$ 2) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{a}} = \sqrt[2x-9]{a^2}$

3) $4^x - \dfrac{6}{4x} + 1 = 0$ 4) $2^{2x-5} - 2^{x-5} - 1 = 0$

5) $3\bullet 10^{x^2-2x} - 30 = 0$ 6) $10^{x^2-x} = 100$

7) $\log_a x + \log_a 6 = \dfrac{2}{3}\log_a 8 + \dfrac{1}{2}\log_a 9$

8) $\log_a x = \dfrac{2}{3}\log_a 27 + 2\log_a 2 - \log_a 3$

9) $\log(x+3) + \log X = 1$

10) $\log(x-15) + \log X = 2$

11) $5^{\log_5 x^2} - 3^{\log_3} + 10^{\log^2} = 0$

12) $\log x = \log 24 - \log 8$ 13) $3^{x+2} = 3^{-3x+10}$

14) $4^x - 2^x - 2 = 0$

15) $1 - \log x + \log(10-3x) = 0$ 16) $2^{\sqrt{x}} = 16$

17) $\log_b^{a^2} + \log_b \dfrac{1}{a} + \log_b^{\sqrt{a}} = x$

18) $\log_8 \sqrt{x+2} = \dfrac{1}{2}$

19) $\left(\sqrt{3}\right)^{\log x} = \left(\sqrt{3}\right)^{\log 6 + \log 3 - \log 2}$

20) $5^{x+3} = \sqrt[3]{25^{x+3}}$

21) $\left(\sqrt{2}\right)^{x\sqrt{3}} = 2^{x+1}$ 22) $\log\left(x^2 - 15x\right) = 2$

23) $e^{1n3} + 7^{\log_7 4} = 2x + 1$ 24) $e^{1nx} - 1 = 3$

25) $\log\left(x^2+4\right) - \log(x+2) = 3\log(x-2)$

26) $\log(\log x) = 2$ 27) $x^{\sqrt{\log x}} = 10^8$

28) $\dfrac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \dfrac{1}{3}$ 29) $\begin{cases} 2^x = 8^{y+1} \\ 9y = 3^{x-9} \end{cases}$

30) $e^{-2x}e^{3x} = e^4$

31) $\log_5(3x+7) - \log_5(x-5) = 2$

32) $5^{x^2-3} = 25 \cdot 5^x$

33) $\log_2(x^2 - 3x + 6) - \log_2(x-1) = 2$

34) $\log_{16} 8 + \log_8(x-2) = 2$

35) $\begin{cases} 2^{x-y} = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

36) $\begin{cases} 10^{x-3y} = 3 \\ \log 2x - \log y = 1 \end{cases}$

37) Si log m = b – log n $\Rightarrow$ m =?

38) Cuando se cumple que:
log p + log q = log (p + q) ?

39) Halle K si: $\log_k x \cdot \log_5 k = 3$

40) Halle X en el ejercicio (39)

41) Halle Y:
$(\log_3 x)(\log_x 2x)(\log_{2x} y) = \log_x x^2$

42) $\begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 81^{x-y} = 3 \end{cases}$

OTRO POQUITO DE LOGARITMICAS… ¿VALE?

1-. Trace la gráfica:

A) $\mathbf{f(x) = e^{2X}}$ B) $\mathbf{f(x) = \log_3 x}$

C) $\mathbf{f(x) = e^{X+1}+3}$ D) $\mathbf{f(x) = 2+\ln x}$

2-. Reescriba la expresión logarítmica dada en forma exponencial:

A) $\mathbf{\log_7 343 = 3}$ B) $\mathbf{\ln\frac{1}{e} = -1}$

C) $\mathbf{\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{3}{4}}$ D) $\mathbf{\log_{\frac{9}{16}} \frac{x}{y} = \frac{5}{8}}$

3-. Reescriba la expresión exponencial dada en forma logarítmica:

A) $\mathbf{e^{x+1} = 0{,}5}$ B) $\mathbf{(2^X)^{-2} = 64^{-1}}$

C) $\mathbf{7^{3x+4} = \frac{7}{3}}$ D) $\mathbf{(X^7)^{x+1} = \frac{1}{4}}$

4-. Determine el dominio de la función dada:

A) $\mathbf{f(x) = \ln(x(x-1))}$ B) $\mathbf{f(x) = 2^{\sqrt{1-x}}}$

C) $\mathbf{f(x) = e^{\frac{1}{x+3}}}$ D) $\mathbf{f(x) = \log_3\left(\frac{x+2}{1-x}\right)}$

5-. Resuelva para "X":

A) $\mathbf{10^{x-2} = 1}$

B) $\mathbf{f(x) = \log_5(x+1) - \log_5(x-1) = 2}$

C) $\mathbf{\log_2 4 + \log_2(x-3) = \log_2(2x+1)}$

D) $\mathbf{8(2^{-x+2}) = (2^{1-x})^3}$

E) $\mathbf{\log_6 x + \log_6(x-1) = 1}$

F) $\mathbf{3^{X^2-2X} = 1}$ H) $\mathbf{6.9^{x-1} - 3^{x+1} = 27}$

I) $\mathbf{2\log X - \log(x-16) = 2}$

J) $\mathbf{2^{3X+5} = \frac{1}{16}}$ K) $\mathbf{7^{X+3} - 6.7^{x+2} - 7 = 0}$

L) $\mathbf{4^X - 2^X = 2}$ M) $\mathbf{2.4^{X-1} - 2^{X+1} = 16}$

N) $\mathbf{(1-x)^{1/2} + (2x+7)^{1/2} = 3}$

Ñ) $\mathbf{3^{X+2} - 3^X + 3^{X-1} = 75}$

O) $\mathbf{2\log X - \log(X-1) = 1 - \log\left(\frac{5}{X}\right)}$

P) Calcular: $\mathbf{\log_2\left(\frac{1}{8}\right) - 3\log_5(0{,}04) - \log\sqrt{0{,}1}}$

Q) $\mathbf{3^X + \frac{1}{3^{X+1}} = \frac{28}{9}}$ R) $\mathbf{2^{3^{X-5}} = 8^{9^{X+4}}}$

S) $\mathbf{16^{32^{X-2}} = 2^{2^{X+2}}}$ T) $\mathbf{4^{X+\frac{1}{2}} - 3^{X-\frac{1}{2}} = 3^{X+\frac{1}{2}}}$

U) $\mathbf{(X^{X^{\%}})^5 = (7^{\frac{7}{5}})^5}$

V) $\mathbf{\log_{(X+3)} 6 - \frac{\log_{(X+3)} 4}{\log(4-X)^4} = 1}$

W) Resuelva el sistema $\begin{matrix} (3X)^{\log 3} = (2Y)^{\log 2} \\ 2^{\log X} = 3^{\log y} \end{matrix}$

X) $\begin{matrix} \log\left(\dfrac{x+y}{x}\right) + \log x = 2 \\ \log_2 x + \dfrac{1}{\log 2}.\log_{(x+y)} 2 = 1 \end{matrix}$

Y) $e^{X+\frac{1}{2}} - 4e^{\frac{x+1}{2}} = 5e^{\frac{1}{2}}$

Z) $(\log_{\frac{X}{4}} 2)\log_{\frac{X}{64}} 2 = \log_{\frac{X}{16}} 2$

Z$_1$) $\left\{\begin{matrix} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2y-1} = x^{\sqrt{2}} \\ 2y + y^{y^X} = 1 \end{matrix}\right\}$

Z$_2$) $\log_X(\log_X(2x^2)) = \log_{\sqrt{X}}(\log_{2X^2} X)$

Z$_3$) $\sqrt{(3\sqrt{2}-4)^{-1}} - \sqrt{(3\sqrt{2}+4)^{-1}} = 2(X^{-1})^{\frac{1}{X}}$

Z$_4$) Resolver: Demuestre que si $\log_8 3 = a$ y $\log_3 5 = b$, entonces:

$$\log_5 \frac{3ab}{3ab+1} = 1$$

Z$_5$) Demuestre que si $y = 10^{1-\frac{1}{\log X}}$, Z= $10^{1-\frac{1}{\log Y}}$

Entonces $X = 10^{1-\frac{1}{\log Z}}$

Z$_6$) Resuelva los siguientes sistemas:

I) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ \log x + \log y = 0 \end{cases}$

II) $\begin{cases} (ax)^{\log a} = (by)^{\log b} \\ b^{\log X} = a^{\log Y} \end{cases}$

Resuelva los siguientes problemas donde se aplican los logaritmos:

1-. La población de un país aumenta según el modelo exponencial $y = y_0.e^{kt}$ donde y es el número de habitantes en un instante t y k es una constante (y_0 es la población inicial). Si en el año 1990 la población del país era 12 millones de habitantes y en el año 2000 era de 16 millones ¿Qué población estima para el año 2005?

2-. Existe un elemento radiactivo que se desintegra de acuerdo con la fórmula $y = y_0 e^{-0{,}000125t}$ donde y es la cantidad de elemento que permanece sin desintegrar en el instante t. Determine cuánto tiempo debe transcurrir para que la cantidad original del elemento se reduzca a la mitad.

3-. La presión p (en milímetros de mercurio), a una altura h kilómetros sobre el nivel del mar, está dada por $p = 760.e^{-0{,}144h}$. Determine a qué altura la presión es cuarto de la presión al nivel del mar.

4-. El oído humano es capaz de oír sonidos de un amplio rango de intensidades, de manera que un sonido muy intenso puede ser 1 billón de veces que la intensidad de un sonido suave. Gram. Bell inventó una escala logarítmica para medir la intensidad de un sonido en rangos más razonables:

$$d = 10\log\frac{I}{I_0}$$

Donde d es el nivel de decibeles de un sonido de intensidad I (en Watt por m^2)

$I_0 = 10^{-12}(\text{Watt}/m^2)$.

A) Encuentra el número de decibeles de un taladro cuya intensidad de sonido es de 3.10^{-3} Watt/m^2.

B) Si la intensidad del sonido de una fuente es 1000 la de otra ¿cuánto mayor es el nivel de decibeles de la primera fuente respecto de la segunda?

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
RECUPERATORIO DEL PRIMER EXAMEN PARCIAL

ESTUDIANTE: ____________________COD:_________ ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

1-. (**Valor 0,5**) Realice una tabla de verdad para:

$$(q \wedge \sim r) \leftrightarrow (\sim r \rightarrow \sim p)$$

2-. (**Valor 0,8**) Un estudio realizado en un jardín de niños, respecto a su fruta favorita arrojó la siguiente información:

A 380 niños les gusta la piña, a 430 les gusta el mango, a 500 les gusta el banano, 90 gustan de la piña y el banano, 130 gustan del mango y el banano, 110 gustan de la piña y el mango, 200 niños gustan solo de la piña. Se sabe además, que el 10% de los niños que gustan de al menos un tipo de estas frutas, gustan de una fruta diferente a éstas. Halle:

A) Cuántos gustan de las tres frutas?
B) Cuántos gustan exactamente de dos de estas frutas?
C) Cuántos gustan de la piña y el mango ó del mango y el banano?
D) Cuántos fueron los encuestados en total

3-.
A) (**Valor 1,6**) Factorice completamente:

I) $625X^4 - 256Y^8$
II) $4^{x-1} - 2^{x+1} + 4$
III) $1296X^4 - (9X^2)^0 - 80$ con $X \neq 0$
IV) $(5Y - 3X)^3 - 27X^3$

4-. (**Valor 1,0**) Simplifique:

A) $4ab - 3\left[a - 3b - 2ba - 2(2a - b) + 3b - 11\right]$

B) $5\sqrt[5]{1024} - \sqrt{385 + \sqrt{233 - \sqrt{61 + \sqrt{5^2 - 4^2}}}}$

C) $\left[\left(\dfrac{(1/3)^{-3}x^3y^{-2}z^{-4}}{9^{-2}x^{-1}y^2z}\right)^{-2/9}\right]^{-18}$

5-. (Valor 1,1) Del siguiente grupo de problemas, escoja y resuelva dos:

5.1-. Un tendero inescrupuloso en la noche, a cada artículo le sube el 25%, y al día siguiente ofrece los artículos con una rebaja del 25%. Si alguien compra un artículo, obtiene rebaja? Si es así, de cuánto? Justifique su respuesta.

5.2-. Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon la mano. Una de ellas notó que los estrechones de mano fueron 66. ¿Cuántas personas fueron a la reunión?

5.3-. Dos poblaciones A y B distan 90 Km. De A parten simultáneamente en dirección a B un peatón y un coche con un viajero. En cierto punto intermedio C, se apea el viajero del coche y continúa a pie hasta B. El coche vuelve en busca del peatón y lo lleva hasta B, llegando al mismo tiempo que el viajero que se bajó en C. Si las velocidades del coche y de los peatones son constantes y valen 60 Km/h y 5 Km/h., ¿cuál es el tiempo total de viaje?

5.4-. Un lebrel persigue a una liebre que le lleva 30 saltos de ventaja. El lebrel da 3 saltos cada vez que la liebre da 4; pero 2 saltos del lebrel equivalen a 3 de la liebre. ¿Cuántos saltos debe dar el lebrel para alcanzar a la liebre?

¡¡¡SEA TU SABER EL REEMPLAZO DE LA SUERTE!!!
¡¡TIEMPO MÁXIMO DOS HORAS!!

***** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS *****

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

ESTUDIANTE: ______________________ **COD:** __________ **ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

1-. (Valor 1.2). Resuelva para "**X**":

A) $\frac{7(5-3x)}{5}-\frac{4(1-3x)}{4}=1$

B) $\frac{2x+1}{4x+2}+\frac{1-x}{1+x}=\frac{5}{6}$

C) $(x+2)^3-3x^2+x-1=x^3-5x^2-3x+7$

D) $\sqrt{X+6}-\sqrt{X-6}=1$

2-. (Valor 0,9) Resuelva todas y cada una de las siguientes inecuaciones:

A) $\frac{3(7-4x)}{5}-\frac{5(2-3x)}{4}\geq\frac{2(x-5)}{20}$

B) $\frac{-5}{7}\leq\frac{3x}{4}-\frac{4}{3}<\frac{5}{7}$

C) Halle el valor de X para que la diferencia de las raíces sea 2, en $2x^2-12x+K+2=0$

3-. (Valor 0,9). Los estudiantes de Administración de Empresas del Primer semestre de la Universidad del Valle Sede Norte del Cauca, desean construir un aula múltiple para realizar bienvenidas, agasajos, graduaciones y en especial como centro de estudio para el cálculo. Desean que tenga forma rectangular, y que se aproveche un muro de piedra ya existente para hacer el aula. Para ello, cuentan con 60 metros de muro prefabricado. ¿Qué le recomienda usted, de tal suerte que el área encerrada sea máxima, si además, el aula debe dividirse en dos partes iguales por medio de un muro paralelo a uno de sus lados? Base su argumentación con el rigor de la solución matemática.

4-. (Valor 2,0). Plantee y resuelva cada uno de los siguientes problemas:

A) Una colección de libros matemáticos se compró en \$ 1.200.000, y al cabo de doce años su valor se redujo a la mitad. Atendiendo a que dicha colección se desvaloriza en forma lineal debido a un hongo que deteriora el papel, halle:
I) Su valor al cabo de diez años.
II) El tiempo que se requiere para que se su valor sea una milésima del inicial.
III) El tiempo que se debe esperar para venderla y obtener una ganancia del 30%

B) Las ventas mensuales de x artículos, cuando el precio es p = 1800 – 5x, tienen un costo de C = 600 + 4x. ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse para obtener el máximo ingreso? ¿Para obtener la máxima utilidad?

C) Las curvas de oferta y demanda de un determinado artículo son:

$O_{(p)}$ = 10.000 – 20p y $D_{(p)}$ = 30p – 6000

Si se aplica un impuesto de \$50 por unidad al proveedor, entonces, ¿Cuál es el punto de equilibrio? Trace la gráfica.

D) Si un editor fija el precio de un libro en u\$ 20 vende 20000 copias, y por cada incremento de u\$1 en el precio de cada texto, las ventas caerán en 500 ejemplares. ¿Cuál deberá ser el precio para generar ingresos por u\$ 425.000?¿ Si el costo de producir cada libro es de u\$ 16, ¿qué precio deberá fijar el editor para que la utilidad sea de u\$ 200.000? Si, además el editor debe pagar el 10% de las ventas por concepto de regalías al autor del libro, ¿qué precio debe fijar para que las utilidades sean de u\$ 200.000?

TIEMPO MÁXIMO DOS Y MEDIA HORAS!!!!

NO SE ADMITEN PREGUNTAS DURANTE LA EVALUACIÓN

Si quieres ser el orgullo de tu maestro, ¡supéralo!

Daniel

EVALUACION APLICADA 17 DE NOVIEMBREDE 2004

*** INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ***

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CONFERENCIAS DE CLASE
MATEMÁTICA BÁSICA
EXAMEN FINAL

NOTA: Cada problema, ejercicio o cuestionamiento debe quedar justificado con su proceso y rigor matemático en los espacios correspondientes. Las respuestas correctas equivalen al 30% de la nota los procedimientos correctos al 70%.

Responda las preguntas 1 a 6 de acuerdo a la siguiente función:

$$f_{(X)} = \frac{\sqrt{25 - X^2}}{X - \sqrt{2X^2 - 9}}$$

1-. Este tipo de función se puede reconocer como:
A) Polinomial
B) Racional
C) Irracional
D) Cuadrática

2-. Los ceros de la función dada se identifican con:
A) Los límites del intervalo de existencia según la condición del numerador
B) Los límites del intervalo de existencia según la condición del denominador
C) No tiene ceros
D) Con los valores que anulan el denominador

3-. Del valor X = 0, en la función dada podemos afirmar que:
A) No pertenece al dominio
B) Genera un valor de Y = 0
C) Genera un valor de Y = 5/2
D) Genera un valor de Y = 5/8

4-. La condición del numerador implica que X está en:
A) $\left[-9,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2},9\right]$
B) $(-3,3)$
C) $\left[-3,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2},3\right]$
D) $\Re - (-5,5)$

5-. La condición general del denominador implica que X está en:
A) $\left[-3,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2},3\right]$
B) $\Re - \{\pm 3\}$
C) $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}+\infty\right)$
D) $[-5,5]$

6-. El dominio es:
A) $\left[-5,-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{3\sqrt{2}}{2},5\right] - \{\pm 3\}$
B) $\left[-9,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2},9\right] - \{\pm 3\}$
C) $[-9,9] - \{\pm 1\}$
D) $(-3,3) - \{\pm 1\}$

Responda las preguntas 7 a 10 según las siguientes ecuaciones logarítmicas o exponenciales

I) $(1/27)^{4x-1} \cdot (1/9)^{3-2x} = 3^{7x-3} \cdot (1/81)^{4-3x}$

II) $\left(\sqrt{3}\right)^{2x-4} = 729$

III) $\log_2 (X-1)^{\log_4 (X-1)} = 2$

IV) $\sqrt{Log_2 \sqrt{\frac{32X}{2x-3}}} = 2$

7-. De la solución de la ecuación I, se puede asegurar que:
A) No existe
B) Que es 0,5
C) Que es igual a 3/2
D) Que es igual a 2

8-. La solución de la ecuación II, es:
A) 0,5
B) 1

C) 4
D) 8

9-. La solución entera de la ecuación III, es:
A) 1
B) 2
C) 5
D) 8

10-. La solución de la ecuación IV, es:
A) -4
B) ½
C) 8/5
D) 16

Responda las preguntas 11a 15 de acuerdo a la siguiente información:

Dadas las funciones:

$f_{(x)} = 7-\sqrt{\frac{5-3X}{5}}$; $g_{(x)} = \frac{3-2x}{\sqrt{1-x}-3}$

8-. El dominio de $f_{(x)}$ es:

A) $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right]$

B) IR - $\left\{\frac{5}{3}\right\}$

C) $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right]$ - $\{\pm 3\}$

D) $(-\infty,7]$

9-. El domino de $g_{(x)}$ es:

A) $(-\infty,1]-\{-8\}$

B) IR - $\left\{\frac{5}{3}\right\}$

C) $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right]$ - $\{\pm 3\}$

D) $(-\infty,7]-\{-8\}$

10-. El rango de $f_{(x)}$ es:

A) $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right]$

B) IR - $\left\{\frac{5}{3}\right\}$

C) $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right]$ - $\{\pm 3\}$

D) $(-\infty,7]$

11-. Del rango de $g_{(x)}$ podemos asegurar que:
A) No admite el valor Y = 3
B) Es igual a IR
C) está compuesto estrictamente por valores negativos
D) No se puede determinar

12-. f o g , es igual a:

A) $7+\sqrt{\frac{5\sqrt{1-x}+6x-24}{5\sqrt{1-x}-15}}$

B) $7-\sqrt{\frac{5\sqrt{1-x}+6x-24}{5\sqrt{1-x}-15}}$

C) $7+\sqrt{\frac{5\sqrt{1-x}+6x+24}{5\sqrt{1-x}-15}}$

D) $7+\sqrt{\frac{5\sqrt{1-x}+6x-24}{5\sqrt{1-x}-3}}$

13-. De $(g \text{ o } f)_{(0)}$ podemos decir que:
A) Es igual cero
B) No está definida en los reales
C) Es -2/3
D) es igual a $\sqrt{\frac{3}{5}}$

14-. $f^{-1}{}_{(x)}$, es igual a:

A) $7-\sqrt{\frac{7x-15}{x-3}}$

B) $\frac{5}{3}\left(1-(7-Y)^2\right)$

C) $-7\left(1-(7-Y)^2\right)$

D) $\frac{3(x+1)}{x+2}$

15-. Sobre el intercepto Y de g $_{(x)}$, decimos que:
A) No tiene
B) Se da cuando X = 0
C) Es igual a -1,5
D) Se da cuando X = 1

16-. El señor Satulio Viralde abrió una cuenta en una corporación que paga un cierto interés capitalizado quincenalmente y, al cabo de dos años canceló la cuenta, recibiendo vez y media el capital que invirtió. El interés que paga dicha corporación es,

A) $i = 24(\sqrt[12]{1,5}-1)$

B) $i = 48(\sqrt[24]{1,5}+1)$

C) $i = 24(\sqrt[48]{1,5}-1)$

D) $i = 48(\sqrt[48]{1,5}-1)$

Responda las preguntas 17 a 19 según la siguiente información

En cierto colegio, cuando el costo de la matrícula es de 500 dólares, se matriculan 400 estudiantes, y se sabe por experiencia que por cada incremento de 10 dólares en el costo de la matrícula, deja de matricularse 1 estudiante.

17-. El precio óptimo de la matrícula en dólares, desde el punto de vista del colegio es:
A) 2050
B) 2150
C) 2250
D) 2450

18-. El número de matriculados con el precio óptimo es:
A) 175
B) 225
C) 325
D) 375

19-. El ingreso máximo esta dado en dólares por:
A) 205040
B) 293750
C) 393750
D) 493950

20-. El radio se desintegra de cuerdo con la fórmula $Y = Y_0e^{-0,01234t}$, donde Y es la cantidad de radio que permanece sin desintegrar en el instante t. El tiempo que se requiere para que la cantidad de radio se reduzca a la mitad de la inicial es aproximadamente:
A) 32,49 años
B) 42,57 años
C) 56,17 años
D) 64,12 años

RECUADRO DE RESPUESTAS				
1-.	A	B	C	D
2-.	A	B	C	D
3-.	A	B	C	D
4-.	A	B	C	D
5-.	A	B	C	D
6-.	A	B	C	D
7-.	A	B	C	D
8-.	A	B	C	D
9-.	A	B	C	D
10-.	A	B	C	D
11-.	A	B	C	D
12-.	A	B	C	D
13-.	A	B	C	D
14-.	A	B	C	D
15-.	A	B	C	D
16-.	A	B	C	D
17-.	A	B	C	D
18-.	A	B	C	D
19-.	A	B	C	D
20-.	A	B	C	D

TIEMPO MÁXIMO DOS HORAS

... ESTUDIA, Y NO SERÁS, CUANDO CRECIDO, NI EL JUGUETE VULGAR DE LAS PASIONES, NI EL ESCLAVO SERVIL DE LOS TIRANOS.

Elías Calixto Pompa

CUANDO LOS CONCEPTOS ESTÁN CLAROS TODOS LOS EJERCICIOS SON IGUALES

NOTA: No se admite ninguna clase de borrón o tachón, por ello marque con TINTA, cuando esté completamente seguro de su respuesta. No olvides que las respuestas valen el 30% de la nota del examen y los procedimientos el 70%

6. Bibliografía

6.1 Anya, Jagdish y Lardner Robin. Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Prentice may Hispanoamericana, S.A. México , 1992.
6.2 Ayres Jr, Frank. Matemáticas financieras. McGraw – Hill, México 1993.
6.3 Barnett. Álgebra y Trigonometría. McGraw – Hill, México 1991.
6.4 Davies, H.G. y Hicks, G.A. McGraw – Hill, México 1971.
6.5 Eslava, María y Velasco José. Introducción a las matemáticas universitarias. Mcgraw – Hill. Colombia, 1997.
6.6 Leithold Louis. Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México, 1994.
6.7 Kleiman. Conjuntos. Aplicaciones Matemáticas a la administración. Limusa, México,1997.
6.8 Mataix Aracil Carlos. Álgebra Práctica. Dossan, S.A. Madrid, 1954.
6.9 Sobel Max y Banks Houston. Álgebra. McGraw – Hill, Colombia 1982.
6.10 Studer, Marilyn. Precálculo. Cultura Moderna LTDA, Colombia 1994.
6.11 Trujillo, Daniel. Repasa y Pasa. Problemario. Colombia, 1994.
6.12 Trujillo, Daniel. Conferencias de clase. Elementos de Cálculo Diferencio – integral, Problemario. Colombia, 2004.
6.13 Vance, Elbridge P. Álgebra y trigonometría. Fondo Educativo Interamericano, S.A. México 1978.
6.14 Washington. Fundamentos de Matemática. Fondo Educativo Interamericano, E.U.A. 1983.

****** LICEO FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS ******

SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NUMERO 1 LIMITES

ORIENTADOR: DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

CALCULE CADA UNO DE LOS SIGUIENTES LIMITES, EN CASO DE QUE EXISTAN:

1-. $\lim\limits_{X\to 3} X^2 - 2X + 5$

2-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{X^2-1}{X-1}$

3-. $\lim\limits_{X\to 3} \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{X}}{3-X}$

4- $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{X^3-1}{1-X}$

5- $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{X-1}{\sqrt[3]{X}-1}$

6-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{X^3-\sqrt{X}}{X-\sqrt{X}}$

7-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{X^3-X^2}{\sqrt[3]{X}-\sqrt{X}}$

8-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{X^3-\sqrt{X}}{X^2-\sqrt[3]{X}}$

9-. $\lim\limits_{X\to 4} \dfrac{3X^2-8X-16}{2X^2-9X+4}$

10-. $\lim\limits_{X\to 8} \sqrt{\dfrac{2X^2-128}{X^2-8X}}$

11-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{\sqrt{2-X}-1}{X-1}$

12-. $\lim\limits_{X\to 5} \dfrac{\sqrt{3+1}-4}{\sqrt{X-3}-\sqrt{2}}$

13-. $\lim\limits_{a\to 1} \dfrac{(a-1)^2}{\sqrt[3]{a}-2\sqrt[6]{a}+1}$

14-. $\lim\limits_{X\to 3} \dfrac{\sqrt[3]{4-X}-\sqrt[3]{X-2}}{\sqrt{X}-\sqrt{3}}$

15-. $\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\sqrt{1+X+X^2}-1}{X}$

16-. $\lim\limits_{m\to 0} \dfrac{(a+m)^{1/3}-a^{1/3}}{m}$

17-. $\lim\limits_{X\to \infty} \sqrt{X^2+1}-\sqrt{X^2-1}$

18-. $\lim\limits_{X\to \infty} X(\sqrt{X^2+1}-X)$

19-. $\lim\limits_{a\to 3} \begin{cases} a^2+1 \text{ si } \propto \le 3 \\ 2a+4 \text{ si } \propto > 3 \end{cases}$

20-. $\lim\limits_{X\to 1} \begin{cases} 2X+3 \text{ Si } X \le 1 \\ 6X-1 \text{ Si } X > 1 \end{cases}$

21-. $\lim\limits_{X\to 1} \begin{cases} aX^3 \text{ si } X<1 \\ bX^2 \text{ si } X \ge 1 \end{cases}$

22-. $\lim\limits_{a\to 2} \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{\sqrt{a-2}}$

23-. $\lim\limits_{m\to 4} \dfrac{\sqrt{m-4}}{\sqrt{m}-2}$

24-. $\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8-X}-2}{X}$

25-. $\lim\limits_{m\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{m}-2\sqrt[6]{m}+1}{(m-1)^2}$

26-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{X^2+3}-\sqrt[3]{(X+1)^2}}{\sqrt{X}-1}$

27-. $\lim\limits_{X\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{9-X^3}-\sqrt[3]{5X^3+3}}{\sqrt{2X^2+1}-\sqrt{X^2+2}}$

28-. $\lim\limits_{a\to 0} \dfrac{Tana-Sena}{a^3}$

29-. $\lim\limits_{a\to \pi/3} \dfrac{1-2Cosa}{Sen(a-\pi/3)}$

30-. $\lim\limits_{m\to 1} (1-m)\, Tan\dfrac{\pi m}{2}$

31-. $\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{1-CosX}{X}$

32-. $\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{1-CosX}{X^2}$

33-. $\lim\limits_{X\to \pi/3} \dfrac{Sen(\pi-6x)}{Cos(X+\pi/3)}$

34-. $\lim\limits_{X\to \infty} \left(Cos\,\dfrac{y}{X}\right)^X$

35-. $\lim\limits_{X\to \pi/3} (1+CosX)^{3SecX}$

36-. $\lim\limits_{\theta\to 0} \dfrac{3\theta^2}{1-Cos^2\dfrac{\theta}{2}}$

37-. $\lim\limits_{X\to \pi/4} \dfrac{Sen(X-\pi/4)}{Cos(X+\pi/4)}$

38-.$\lim\limits_{X\to\pi} \dfrac{SenX}{Cos(X-\pi/2)}$

39-.$\lim\limits_{X\to 0} X(\ln(X+1) - \ln X)$

40-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\ln(1+KX)}{X}$

41-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\ln(1-KX^2)}{X^2}$

42-.$\lim\limits_{X\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{X}\right)^X$

43-.$\lim\limits_{X\to\infty} \left(1+\dfrac{3}{X}\right)^X$

44-.$\lim\limits_{X\to\infty} \left(1-\dfrac{2}{X}\right)^X$

45-.$\lim\limits_{X\to\infty} \left(\dfrac{4X}{1+4X}\right)^X$

46-.$\lim\limits_{X\to\infty} \left(\dfrac{1-3X}{2-3x}\right)^{4X-1}$

47-.$\lim\limits_{X\to\infty} \left(\dfrac{2X^2-5X+3}{2X^2-X-3}\right)^{X-2}$

48-.$\lim\limits_{X\to 0} (1+3X)^{1/X}$

49-.$\lim\limits_{X\to 0} (1-5X)^{4/3X}$

50-.$\lim\limits_{X\to 0} \left(1-\dfrac{3}{5}X\right)^{2/X}$

51-.$\lim\limits_{X\to 3^+} \dfrac{X-3}{|X-3|}$

52-.$\lim\limits_{X\to 3^-} \dfrac{|X-4|}{X-4}$

53-.$\lim\limits_{X\to 3} \dfrac{X^2-9}{|X-3|}$

54-.$\lim\limits_{X\to 1^-} \dfrac{4-X}{x-1}$

55-.$\lim\limits_{X\to 2} \dfrac{X-1}{(2-X)^2}$

56-.$\lim\limits_{X\to 3} \dfrac{X-1}{4-|X+1|}$

57-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{X^3-8}+\sqrt[3]{X+8}}{X\sqrt{X^2+2}-X}$

58-.$\lim\limits_{a\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{a^2+3}-\sqrt[3]{(a+1)^2}}{\sqrt{a}-1}$

59-.$\lim\limits_{X\to 8} \dfrac{\sqrt{7+\sqrt[3]{X}}-3}{X-8}$

60-.$\lim\limits_{X\to 9} \dfrac{\sqrt{18-\sqrt[3]{X-1}}-4}{X-9}$

NOTA: FORMAS INDETERMINADAS: $\boxed{\dfrac{0}{0};\dfrac{\infty}{\infty};0\times\infty;0^0;\infty^0;1^\infty;\infty-\infty}$

PARA ALUMNOS MAS "AMBICIOSOS"

CALCULAR:

1-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{e^X-1}{X}$

2-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{a^X-b^X}{X}$

3-.$\lim\limits_{X\to 0^+} \dfrac{\sqrt{1+XSenX}-\sqrt{CosX}}{Tan^2\left(\dfrac{x}{2}\right)}$

4-.$\lim\limits_{a\to b} \dfrac{Sen^2a-Sen^2b}{a^2-b^2}$

5-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+X^2}-\sqrt[4]{1-2X}}{X+X^2}$

6-.$\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\sqrt[4]{X^4+1}-\sqrt{X^2+1}}{X^2}$

7-.$\lim\limits_{X\to 4} \dfrac{\sqrt{2X+1}-\sqrt{5X-4}+1}{\sqrt{3X+4}+\sqrt{X+5}-7}$

****** **UNIVERSIDAD DEL VALLE** ******

SEDE NORTE DEL CAUCA

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NUMERO 2 CONTUINIDAD

1-. Para las siguientes funciones determínese si SON o NO continuas, en caso de que sean discontinuas, decir la clase de discontinuidad que presentan, y en caso de que sea evitable, redefina la función para hacerla continua.

A) $f(x) = \begin{cases} 3X-1 & \text{si } X<-3 \\ -9 & \text{si } -3\le X\le 1 \\ X^2-11 & \text{si } X>1 \end{cases}$

B) $g(x) = \begin{cases} 17X-9 & \text{si } X>4 \\ 63 & \text{si } X=4 \\ 107-3X^2 & \text{si } X<4 \end{cases}$

C) $R(x) = \begin{cases} 2X-1 & \text{si } X<3 \\ X-4 & \text{si } -3\le X<0 \\ -3 & \text{si } 0\le X<2 \\ X^2-8 & \text{si } X\ge 2 \end{cases}$

D) $h(x) = \begin{cases} 2^X & \text{si } X\le 0 \\ 2 & \text{si } 0<X\le 2 \\ 3^{X-1}-2 & \text{si } X>2 \end{cases}$

2-.para las siguientes funciones halle los valores de a y/o b que las hacen continuas:

A) $f(x) = \begin{cases} 3aX^2-2b & \text{si } X<-2 \\ 1 & \text{si } X=-2 \\ 2aX-b & \text{si } X>-2 \end{cases}$

B) $g(x) = \begin{cases} 3aX^2+b & \text{si } X<1 \\ 4 & \text{si } X=1 \\ 2aX-b & \text{si } X>1 \end{cases}$

C) $h(x) = \begin{cases} 1-\dfrac{a}{X}, & X\in(o,1) \\ bX^3+8 & X\ge 1 \end{cases}$

D) $P(x) = \begin{cases} X & \text{si } X\le 1 \\ aX+b & \text{si } 1<X<4 \\ -2X & \text{si } X\ge 4 \end{cases}$

3-.Sean:

$F(x) = \begin{cases} X^2+3 & \text{si } X\le 1 \\ X+1 & \text{si } X>1 \end{cases}$

$g(x) = \begin{cases} X^2 & \text{si } X\le 1 \\ 2 & \text{si } X>1 \end{cases}$

Halle una fórmula para f(x).g(x) y decida si esta función es continua en X = 1.

****** UNIVERSIDAD DEL VALLE ******

SEDE NORTE DEL CAUCA

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NUMERO 3 INCREMENTOS Y DIFERENCIALES

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

1-. Dada $y = f(x) = 3X^2 + 3X - 1$, halle Δy; $\Delta y/\Delta x$, cuando X varia de 1 a 1,1.

2-.Dada $y = f(x) = X^2 - X + 1$, halle Δy; $\Delta y/\Delta x$, cuando X varia de 1 a 0,8

3-.Calcular el incremento Δy y la diferencial dy, de la función $y = 3X^2 - 2X$:

A) Para valores arbitrarios de X y de Δx

B) Para valores de $X = 3$ y $\Delta x = 0{,}1$

4-.Utilizando la definición, halle la derivada de:

A) $y = X$ B) $y = \sqrt{X}$ C) $y = -3X^2$ D) $f(x) = X^2 - 1$ E) $y = (X-1)^2$ F) $f(x) = X^4$

G) $y = \frac{1}{X}$ H) $f(x) = \frac{2}{X^2}$ I) $y = \frac{1}{X-1}$ J) $f(x) = \frac{4}{X^2-1}$ K) $y = \frac{-4}{(X-1)^2}$ L) $f(x) = \frac{X-1}{X+1}$

M) $y = \text{Cos}X$ N) $f(x) = \ln X$ Ñ) $f(x) = e^{3X}$ O) $y = 2^X$

5-.Use diferenciales para calcular el valor de:

A) $\sqrt{37}$ B) $\sqrt[3]{65}$ C) $\sqrt{224}$ D) $\sqrt{80} - \sqrt{50}$ E) Sen 46^o F) Tan 45º G) $\log_2 33$

H) $2^{3,1}$

6-.Utilizando la definición halle la derivada de las siguientes funciones, (en caso de que existan), en el punto indicado:
NOTA: No olvide el criterio de las derivadas laterales:

A) $f(x) = |X|$
$X = 0$

B) $y = |3 - 2X|$
$X = 3/2$

C) $f(x) = \sqrt[3]{X}$
$X = 0$

****** **UNIVERSIDAD DEL VALLE** ******

SEDE NORTE DEL CAUCA

SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NÚMERO 4 DERIVADAS

ESTUDIANTE: ________________________ **DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

1-.calcule la derivada de cada una de las siguientes funciones:

A) y = -X +1 B) y = $X^3 - X^2 - X + 4$ C) y = $X + X^{½} + X^{1/3}$ D) f(x) = $5X^{6/5} - 4X^{3/4} + 8X$

E) f(m) = $\dfrac{2m^4}{a^2 - m^2}$ F) f(p) = $(4 - 3p^3)(2 - 5p^2)$ G) g(x) = $(X^3 - 1)(X^2 - 2)(X - 3)$

H) y = $\dfrac{a - X}{a + X}$ I) f(r) = $(r^3 - a^2)^7$ J) y = $\sqrt{X^2 + m^2}$ K) f(Q) = $(4 - \sqrt[3]{Q})^3$

L) y = $(a + X)\sqrt[3]{a - X}$ M) y = $\sqrt{\dfrac{1 + X}{1 - X}}$ N) y = $\sqrt{\dfrac{X(X^2 + 1)}{(X - 1)^2}}$ Ñ) y = $\dfrac{m}{2}\left(e^{X/m} - e^{-X/m}\right)$

O) y = $\sqrt{n^2 + X^2} - n.\ln\left(\dfrac{n + \sqrt{n^2 + X^2}}{X}\right)$ P) y = $\ln\left(X + \sqrt{1 + X^2}\right)$ Q) $f_{(a)} = \ln(\ln a)$

R) y = $\log_a\left(X^2 + 1\right)$ S) y = $a^{\ln X}$ T) y = $X^{\ln X}$ U) y = $ae^{\sqrt{X}}$ V) y = e^{X^X}

W) $f_{(r)}$ = lnCosR X) $f_{(m)} = \dfrac{Senm}{2\cos^2 m}$ Y) $4^{\sqrt{SenX}}$ Z) F(a) = a^a Z_1) y = $(\ln X)^{\ln X}$

Z_2) y = $7^{X^{\sqrt{\ln X}}}$

2-.Derive las siguientes funciones y exprésela en su forma más simple:

A) y = $\left(\dfrac{X}{n}\right)^{nX}$ B) $f_{(r)} = \left(\dfrac{X}{R}\right)^{R/X}$ C) y = X^{SenX} D) y = $(SenX)^X$ E) y = $(SenX)^{TanX}$

F) y = 10^{XTANX} G) y = $(arcsenX)^2$ H) y = $\sqrt{4 - 2^X}$ I) $f_{(x)}$ = arcCos lnX

J) y = arcsen $\sqrt{senX}$ K) y = arcTan $\dfrac{2X}{1 - X^2}$ L) $f_{(r)} = 2^R.3^R$ M) $3^{\sqrt{3 + \sqrt{X}}}$

3-.Derive:

A) $y^2 = 4p(X - h)$ B) $X^2 + y^2 = R^2$ C) $X^{1/3} + y^{1/3} = a^{1/3}$ D) $(bX)^2 + (ay)^2 = (ab)^2$

E) y = Cos(X + y) F) CosXy = y G) $(X - y)^2 - (X + y)^{-3} = X^{SenX}$ H) $X^y - y^X = R$

I) $\ln Xy + \ln(X+y) = X$ J) $\ln\frac{X}{y} - \ln\frac{y}{X} = Xy$ K) $e^{X} - e^{-y} = 1$

L) $Xy^4 + X^2y^3 + X^3y^2 - X^4y - X^5 + Xy = \ln 7$ M) $\frac{X+y}{X} - \frac{X-y}{y} = \ln X$ N) $e^{Xy} + e^{X-y} = e^{X}$

PARA ALUMNOS MAS "AMBICIOSOS"

1-. Derivar:

A) $y = \arctan\frac{a}{X} + \ln\sqrt{\frac{X-a}{X+a}}$ B) $y = \ln\left(\frac{1+X}{1-X}\right)^{1/4} - \frac{1}{2}arcTanX$ C) $y = \ln(X + \sqrt{X^2 + a^2}$

D) $y = \sqrt{X + \sqrt{X + \sqrt{X}}}$

2-. Demostrar que si $U = 2\ln CotS$ y $V = TanS + CotS$, entonces $\frac{dU}{dV} = Tan2S$.

3-.Si $y = X^n$ hallar $y^{(4)}$

4-.Si $F_{(R)} = SenRCosR$ hallar $F^{(3)}_{(R)}$

5-.Si $F_{(m)} = m^3e^m$ hallar $F^4_{(m)}$

6-. Hallar la derivada se tercer orden de: $y = a^X$

****** UNIVERSIDAD DEL VALLE ******

SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NUMERO 5 APLICACIONES DE LA DERIVA

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

RECTAS TANGENTES Y NORMALES

1-.Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a las siguientes curvas en el punto indicado:

A) $y = \sqrt{X}$ (4,2) B) $y^2 = X - 1$ (3,2) C) $y = X^3 - 2X^2$ (1, -1)

2-.Hallar la ecuación de la recta normal a cada uno de las siguientes curvas en el punto dado:

A) $y = 2X^2 - 3X + 1$ (1,0) B) $y = X^3 - X + 1$ (2,7)

3-.Hallar las ecuaciones de la recta tangente y la normal a la curva: $y = \dfrac{8a^3}{4a^2 + X^2}$ en el punto donde X = 2ª

4-.Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = X^2 - 2X + 1$y que es paralela a la recta $X+3y = 4$

5-.Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva: $y = 4 - X^3$ y que es perpendicular a la recta $-3y + X - 4 = 0$

6-.Siendo $F(x) = X^2 + aX + b$, hallar a y b tales que la recta $y = 2X$ sea tangente a la grafica de f en (2,4)

7-.Hallar a, b y c para los cuales las graficas de los dos polinomios $F(x) = X^2 + aX + b$ y $g(x) = X^3 - c$ se corten en el punto (1,2) y tengan la misma tangente en dicho punto.

8-.Demostrar que la recta $y = -X$ es tangente a la curva dada por la ecuación $y = X^3 - 6X^2 + 8X$. Hallar los puntos de tangencia. Vuelve a cortar la curva esa tangente?

9-.Hállense los coeficientes a, b, c y d, de tal suerte que la curva: $y = aX^3+bX^2+cX+d$, sea tangente a la recta $y = 3X - 3$ en el punto (1,0) y tangente a la recta $y = 18X - 27$ en el punto (2,9).

10-.Existen dos rectas tangentes a la curva $y = -X^2 + 4X - 2$, que pasan por el punto (2,6). Halle las ecuaciones de tales rectas y represéntelas gráficamente para comprobar el resultado.

11-.Existen dos rectas tangentes a la curva $y = 2X^2 - 5X$ que pasan por el punto (-3,1). Halle las ecuaciones de tales rectas y represéntelas gráficamente para comprobar el resultado.

OPTIMIZACIÒN DE MODELOS MATEMÁTICOS (MÁXIMOS Y MINIMOS)

1-.Hallar dos números positivos cuyo producto sea 100 y cuya suma sea mínima.

2-.Hallar dos números positivos cuyo producto sea 64, y la suma de uno de ellos con el cuadrado del otro sea mínima.

3-.Hallar el área máxima de un rectángulo inscrito en un circulo de radio R.

4-.Hallar las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en una esfera de radio A.

5-.Probar que de todos los rectángulos de área dada, el cuadrado tiene el menor perímetro.

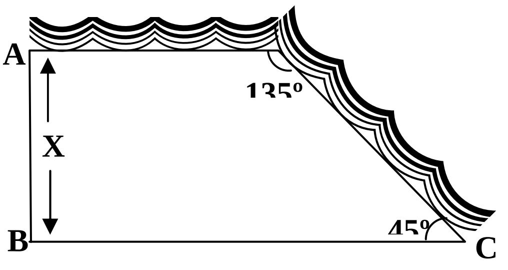
6-.Halle las dimensiones del cilindro circular recto de máximo volumen que se puede inscribir en un cono circular recto de 3 m de altura y 2 m de radio.

7-.Un recipiente metálico debe contener $250\pi\ cm^3$ de borojó. Si se requiere que tenga la forma de un cilindro circular recto, hallar el radio de la base y la altura, para que en su construcción se utilice el mínimo de material.

8-.Si los tres lados de un trapecio tiene longitud L centímetros, qué longitud ha de tener el cuarto lado para que el área sea máxima?

9-.De una lámina muy delgada de lado a, se desea construir una caja abierta del mayor volumen posible; recortando cuadrados iguales en las esquinas de la lamina, y, luego doblando hacia arriba los bordes.¿cuál debe ser el lado del cuadrado que se corte?

10-.Un rió tiene un codo de 45^o como se muestra en la grafica. Se desea construir un corral bordeado por dos lados por el rió y por los otros dos lados por 1500 m de valla ABC. Hallar las dimensiones del corral de área máxima.



11-.Halle el punto (o los puntos) de la hipérbola $y^2 - X^2 = 1$ cuya distancia al punto (2,0) sea mínima.

12-.La resistencia de una viga rectangular, es proporcional a su ancho y al cuadrado de la altura de su sección. Calcule las dimensiones de la viga más resistente que se puede cortar de un tronco en forma de cilindro circular recto de R centímetros de radio.

13-.Una pagina ha de contener $30cm^2$ de impresión. Los márgenes superior e inferior tienen un ancho de 2cm. Los márgenes laterales tienen 1cm. Hallar las dimensiones de la pagina para que se use la menor cantidad de papel.

14-.Cuál es el máximo volumen posible de un cono inscrito en una esfera de radio R?

15-.Un recipiente cilíndrico está diseñado para contener $1000\ cm^3$ el material de la base cuesta dos veces más que el de su cara lateral. Halle el radio y la altura del recipiente más económico.

16-.La rigidez de una viga rectangular es proporcional al producto de su ancho por el cubo de la altura de su sección. De que forma debe cortarse la viga de un tronco circular recto de radio R con el fin de que la rigidez de la viga sea máxima?

17-.Un campo petrolero que contiene 20 pozos, ha estado produciendo 4000 barriles diarios de petróleo. Por cada nuevo pozo perforado, la producción diaria de cada pozo decrece en 5 barriles. ¿Cuántos pozos nuevos deben perforarse para maximizar la producción total diaria del campo petrolero?

18-.Se debe fabricar una caja rectangular con un volumen de 400 Cm^3. el fondo es un rectángulo cuyo largo es el doble del ancho. El material para el fondo tiene un costo de \$ 7 el cm^2, y para la tapa y los otro cuatro lados cuesta \$ 5 el cm^2.¿Qué dimensiones minimizan el costo de la caja?

19-.Un campesino que gusta del calculo sabe que si planta 60 guayabos en su finca, la producción media por árbol será de 475 guayabas, y ésta decrecerá en 5 guayabas por cada árbol que se incremente en el plantío. ¿Qué cantidad de árboles se debe plantar para maximizar la producción total? ¿Cuál es la máxima producción total?

20-.Una oficina de bienes raíces tiene un edificio de 100 apartamentos. Cuándo la renta es de \$48.000 mensuales por cada apartamento, todos están ocupados. La experiencia ha mostrado que por cada incremento mensual de \$4000 en la renta, se desocupan 5 apartamentos. El costo de mantenimiento de cada apartamento es de \$8000 mensuales. ¿qué renta debe ser colocada para maximizar la utilidad?

21-.Determine el área del máximo rectángulo que se puede inscribir en un triangulo rectángulo cuyos catetos tienen a y b cm de longitud, si los lados del rectángulo se encuentran a lo largo de los catetos.

22-.Un contratista esta removiendo tierra por una gran excavación, puede conducir sus camiones por dos carreteras distintas. Hay 1800 m^3 de tierra por remover y cada camión puede cargar 10 m^3 por viaje. Por una carretera, el costo por cada carga es de $1 + 2X^2$ pesos, si X camiones emplean la carretera. Por la otra es de $2 + X^2$ pesos. ¿Cuántas cargas deben enviarse por cada ruta para minimizar los costos?

23-.el costo de fabricar X unidades de un artículo es : $C(x) = X^2 – 2X + 30$, cuál es el costo mínimo?

24-.Cuando un objeto extraño penetra a la traquea, el organismo responde tosiendo, lo que se consigue por contracciones bruscas de la traquea, que hacen que la velocidad del aire que sale por la misma, se incremente. Si la velocidad de salida del aire se expresa por $V = K(R – r)r^2$, donde K es una constante de proporcionalidad, R el radio normal de la traquea y r el radio de la traque al toser, ¿qué condición debe cumplir r, para que la velocidad de salida del aire sea máxima?

25-.Un biólogo ha calculado, que cuando cierta víbora inocula su veneno a un individuo de talla media, la concentración de veneno en la sangre de este, después de T horas de ser atacado. Está dada por: $C_{(T)} = \frac{5T}{18 + 2T^2}$. si se sabe que el antídoto seria ineficiente Si se aplica después de que el veneno alcance su máxima concentración, de cuanto tiempo se dispone para aplicar el antídoto a una persona que ha sido atacada por tal víbora?

*26-.El costo de construcción de un edificio destinado a oficinas es de \$50.000 para el primer piso, \$52.500 para el segundo; \$55.000 para el tercero, y así sucesivamente. Otros gastos (terreno, plano, cimentación, etc) son de \$350.000. la renta anual neta es de \$500 para cada piso. ¿cuántos pisos darán el más alto tipo de interés de la inversión?

VARIABLES RELACIONADAS

1-.Un globo esférico pierde aire a razón de 120 π cm^3/min., si para un instante dado, el radio es R y éste varía a una rata de 7,5 cm/min. Cual es el valor de R?

2-.Halle la razón de cambio del radio. De un balón esférico que gana aire a razón de 100 π cm^3/min., cuando el radio es de 5cm.

3-.Un globo esta subiendo a una velocidad de 5 m/seg. Cuando el globo esta a una altura de 15 m, un automóvil pasa por debajo de él. Si el automóvil se desplaza en línea recta a una velocidad de 10 m/s, ¿Con que rapidez cambia la distancia entre el globo y el automóvil un segundo después?

4-.Una partícula se mueve en la orbita circular $X^2 + y^2 = 25$, cuando pasa por el punto (3,4) su coordenada y, disminuye a razón de 2 unidades por segundo. ¿Cómo varia la coordenada X?

5-.Se infla un balón a razón de 100π cm^3/min. ¿Con que velocidad cambia el radio cuando este es de 10 cm?

6-.Se tiene un tanque de forma cónica de vértice hacia abajo, si le entra agua a razón $10\pi cm^3$/min., ¿a que velocidad cambia la altura del agua cuando ésta es de 5 cm?

7-.Un tanque cónico de vértice hacia abajo tiene 10 dm de diámetro y 20 dm de altura. Si le está entrando agua a razón de 200π dm^3/min., cuál es la razón de cambio del nivel de agua, cuando la profundidad del agua es de 5 dm?

8-.Un tanque de agua tiene forma de cono con vértice hacia arriba con una altura de 10 dm y con un radio de 4 dm. Si se llena a razón de $4\pi dm^3$/min., cuál es la razón de cambio del nivel del agua, cuando la profundidad del agua es de 3 dm?

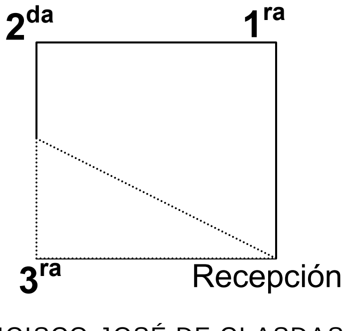
9-.En un montón de forma cónica se deja caer arena a razón de 10 m^3/min. Si la altura del montón de arena es dos veces el radio de la base, ¿A que velocidad aumenta la altura, cuando ésta es de 8 m?

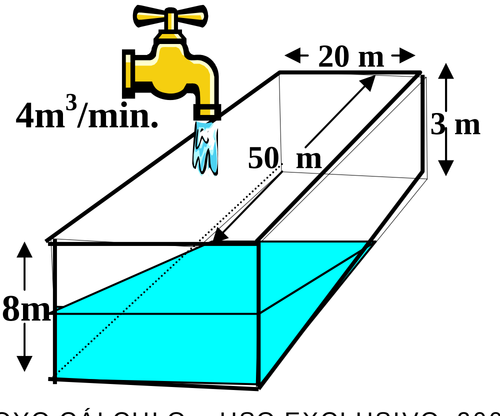
10-.La base de un triangulo isósceles mide 6 pulgadas. Si la altura del triangulo aumenta a razón de 2 pulgadas / segundo; ¿Cuál es el coeficiente de variación del ángulo del vértice, cuando la altura es de 4 pulgadas?

11-.Un abrevadero tiene una longitud de 5 m y sus extremos son triángulos isósceles con una altura de 1 metro, y 2 metros de base, estando el vértice opuesto a la base hacia abajo. Si se vierte agua en el abrevadero a razón de 2 m^3/min., a qué velocidad aumenta el nivel del agua en el abrevadero cuando la profundidad del agua es de 40 cm? ¿Cuánto tiempo demorara el abrevadero en elevarse?

12-.Un pescador ubicado en un puente a 10 metros por encima del nivel del agua, arrastra un pez que mordió el anzuelo y rebobina el hilo a 0,5 m/seg. Suponga que el pez está permanentemente en la superficie del agua. Cuál es la aceleración del pez en el instante en que la longitud del hilo es 30 m?

13-.Un diamante de baseball tiene la forma de un cuadrado con lados de 30 metros. Si un jugador está corriendo de la segunda a la tercera base a una velocidad de 18 m/seg, ¿A qué razón está cambiando su distancia al punto de recepción cuando se encuentra a 15 metros de la tercera base?



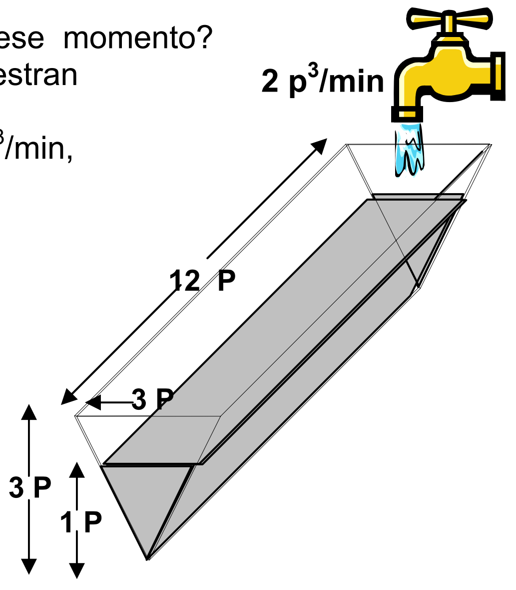


14-.La piscina que se muestra en la figura tiene dimensiones que se indican. Si se introduce agua en ella a razón de 4 m^3/min y hay dos metros de profundidad en la parte más honda:

A) ¿Qué porcentaje de la piscina está llena?

B) ¿A que ritmo sube el nivel del agua en ese momento?

15-.Una artesa con las medidas que se muestran en la figura acaba en triángulos isósceles. Si se echa agua en ella a razón de 2 $pies^3$/min, ¿Cómo está subiendo el nivel del agua cuando hay un pie de profundidad?



16-.Una escalera de 10 metros de longitud se apoya contra un edificio, hallándose la base del edificio a 8 metros del extremo inferior de la escalera. Hallar:

A) La velocidad con que se mueve el extremo superior de la escalera cuando el inferior se aleja del edificio a una velocidad de 3 m/seg.

B) La velocidad a la que disminuye la pendiente

17-.Un hombre de 2 metros de estatura, camina a razón de 3/2 m/seg, alejándose de un manantial luminoso situado a 5 metros de altura. Cuando se halla a 8 metros de la fuente de luz:

A) ¿A que velocidad cambia la longitud de su sombra?

B) ¿A que velocidad se mueve el extremo de su sombra?

18-.Un farol se halla a 40 metros de altura, y desde un punto situado a 10 metros del farol, y a su misma altura, se deja caer un guijarro. Suponiendo que este cae según la ecuación de posición: $S = 5T^2$, hallar la velocidad a la que se mueve su sombra sobre el suelo, un segundo después de empezar a caer.

19-.Par un producto definido, un fabricante ha determinado que el ingreso total por la venta de X unidades está dado por la ecuación: $I(x) = 200X - X^2$, y que el costo total esta dado por la ecuación: $C(x) = 500 + 8X$. Suponga que el fabricante está produciendo y vendiendo X unidades a razón de 8 diarias hasta el momento en que se produce la centésima unidad. En dicho momento, ¿Cuál es la razón de cambio del ingreso total, del costo y de la utilidad?

20-.Halle la razón de cambio del ingreso total, del costo y de la utilidad para una empresa que presenta la siguiente información:

$I(x) = 280X - 0{,}4X^2$

$C(x) = 5000 + 0{,}6X^2$

Cuando $X = 200$ y $dx/dT = 30$ unidades diarias

PROBLEMAS TIPICOS DE ADMINISTRACIÓN Y ECONOMIA

1-.El costo promedio de fabricar cierto articulo está dado por la expresión: $C = 5 + \frac{48}{X} + 3X^2$, donde X es el numero de artículos producidos. Halle el valor mínimo de C.

2-.Una empresa vende todas las unidades que produce a \$4 cada una. El costo total de la empresa C por producir X unidades está dado en dólares por: $C = 50 + 1{,}3X + 0{,}001X^2$.
A) Escriba la expresión para la utilidad total U como función de X
B) Determine el valor de X que maximice la utilidad
C) ¿Cuál es el valor de la utilidad máxima?

3-.Un material se demanda a una tasa de 10.000 unidades por año; el precio al costo del material es de \$2 por unidad; el costo de volver a llenar el almacén por orden, sin importar el tamaño de la orden (X), es de \$40 por orden; el costo de almacenar el material por un año es del 10% del valor de las existencias $\left(\frac{X}{2}\right)$.
Pruebe que el costo total C está dado por:
$$C = 20.000 + \frac{400.000}{X} + \frac{X}{10}$$
Determine el tamaño del lote económico, esto es, el valor de X para el cual C es mínimo.

4-.Un banco quiere recortar sus costos laborales reduciendo el numero de cajeros pero espera una pérdida de negocios debido al descontento de los clientes por el tiempo de esperar. Supongamos que el salario de los cajeros es de \$80 diarios y la perdida de utilidad por tener n cajeros es de $\frac{5000}{n+1}$ dólares diarios.
Determine el valor de n que minimiza la suma de sus perdidas más el costo del salario.

5-.Un fabricante de radiograbadoras que compra 6.000 transistores al año a un distribuidor quiere saber la frecuencia con que debe hacer los pedidos. Si los pide con mucha frecuencia, se elevan los costos por despacho, pues debe pagar unos derechos de pedido sobre cada despacho por concepto de manipulación y transporte. Por otra parte, si hace pedidos con poca frecuencia, cada despacho será grande y se elevara el costo de almacenamiento de los transistores hasta el momento en que sean utilizados.
Atendiendo a que los derechos de pedido son de \$20 por despacho, y que el costo de almacenamiento de cada transistor durante un año es de 96 centavos, así como el costo de cada transistor es de 25 centavos y aceptando que los transistores se utilicen a una rata constante durante el año, y que cada despacho llega exactamente en el momento en el que el anterior se ha agotado,¿Cuántos transistores debe pedir el fabricante cada vez, para hacer mínimo el costo?¿Con que frecuencia debe pedir los transistores para minimizar costos?

6-.Durante el verano los miembros de un club local de muchachos han estado recogiendo botellas usadas que proyectan entregar a una fabrica de vidrio para que las vuelva a usar. Hasta ahora, en 80 días, los muchachos han recogido 24.000 libras de vidrio por las cuales la fabrica de vidrio ofrece ordinariamente pagar a 1 centavo la libra. Sin embargo, como las botellas se están acumulando con más velocidad que aquella a la cual pueden volverse a usar, la fabrica proyecta reducir en 1 centavo cada día el precio que se ha de pagar por cada 100 libras de vidrio usado. Suponga que los muchachos pueden seguir recolectando botellas a la misma rata y que los costos de transporte hace imposible realizar más de un viaje a la fabrica de vidrios. ¿Cuál es la fecha en que es más provechoso para los muchachos concluir su proyecto de verano y entregar las botellas?

7-.Una firma de plásticos ha recibido un pedido del departamento de recreación de la ciudad para fabricar 8000 tablas de entrenamiento especiales de espuma de plástico para su programa de natación de verano. La firma posee 10 maquinas, cada una de las cuales puede producir 30 tablas de entrenamiento por hora. El costo de adaptación de la s maquinas para producir estas tablas especiales a $20 por maquina. Una vez que estas maquinas han sido adaptadas, la operación es completamente automática y puede ser supervisada por un solo capataz que gana $4,8 por hora.

A) ¿Cuántas de las maquinas deben usarse para reducir al mínimo el costo de producción de las tablas de entrenamiento?
B) ¿Cuánto gana el capataz, si usa el numero optimo de máquinas?

“LO MEJOR DESPUÉS DE LEER UN LIBRO ES RELEERLO”

****** **UNIVERSIDAD DEL VALLE** ******

SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I

TALLER NUMERO 6 TEOREMAS DE ROLLE Y DEL VALOR MEDIO. REGLA DE L'HOPITAL

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

1-. Hallar el valor de C que cumple las condiciones del teorema de rolle, siendo F(x) = $X^3 - 12X$ en $[0, 2\sqrt{3}]$.

2-.Hallar todos los C en el intervalo (-2 , 2) tales que F'(c) = 0 siendo F(x) = $X^4 - 2X^2$

3-.Dada F(x) = $5 - \frac{4}{X}$, hallar todos los C en (1,4) tal que F'(c) = $\frac{f(4) - f(1)}{4-1}$

4-.Dos patrullas equipadas con radar están situadas a 8 Km de distancia en una autopista. Un auto pasa frente a una de ellas, y ser le mide una velocidad de 60 Km/h. Cinco minutos después, al pasar frente a la otra patrulla, está le mide una velocidad de 50 Km/h. Muestre si en algún momento en estos cinco minutos, el auto ha superado la velocidad máxima establecida que es de 75 Km/h.

5-.Hallar en caso de que existan, cada uno de los siguientes limites:

A) $\lim_{X\to 1} \frac{X^n - 1}{X - 1}$ B) $\lim_{y\to 0} \frac{e^y - e^{-y}}{Seny}$ C) $\lim_{X\to 0} \frac{TanX - X}{X - SenX}$ D) $\lim_{X\to 0^+} \frac{SenX}{\sqrt{1 - CosX}}$

E) $\lim_{X\to 0} \frac{a^X - b^X}{X}$ F) $\lim_{X\to \pi/2} \frac{\ln(SenX)}{(\pi - 2X)^2}$ G) $\lim_{X\to 0} \frac{\ln SenX}{\ln Sen3X}$ H) $\lim_{X\to 0} \frac{X - arcSenX}{Sen^3 X}$

I) $\lim_{X\to 0} \frac{\ln Tan7X}{\ln Tan2X}$ J) $\lim_{X\to 1} (1 - X)Tan\frac{\pi X}{2}$ K) $\lim_{X\to \infty} \left(1 + \frac{a}{X}\right)^X$ L) $\lim_{X\to 0} \left(\frac{X}{SenX}\right)^{1/X^2}$

M) $\lim_{X\to 0} \left(\frac{arcSenX}{X}\right)^{1/X^2}$

****** **UNIVERSIDAD DEL VALLE** ******

SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NÚMERO 7 DERIVADAS DE ORDEN SUPERI
ANÁLISIS GRAFICO

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

1-. Halle la segunda derivada de cada una de las siguientes relaciones:

A) y = $\ln X^n$ B) y = $\sqrt{X}$ C) y = e^{X^2} D) F(x) = $e^{X^X - X}$

2-.Halle las tres primeras derivadas de cada una de las siguientes funciones:

A) y = Sen3X B) y = XCosX C) y = $-5X^2 + 20X + 100$ D) F(x) = Sen(SenX)

E) y = ln(lnX) F) F(x) = e^{SenX}

3-.La función de posición de un móvil está dada por la expresión: $X_{(T)} = -5T^2 + 20T + 10$, halle la posición, la velocidad y la aceleración para T igual a:
A) 1 seg B) 1,5 seg C) 2 seg D) 3 seg

4-.Utilizando los criterios de la primera y segunda derivada, bosqueje la grafica de las siguientes curvas, mostrando:
A) Dominios y rangos
B) Valores críticos
C) Puntos críticos
D) Cortes con los ejes
E) Máximos y mínimos
F) Puntos de inflexión
G) Discontinuidades
H) Asíntotas
I) Simétricas
J) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
K) Concavidades

A) Y = $X^3 - \frac{3}{2}X^2$ B) F(x) = $\frac{X^2 - 4X + 4}{X - 2}$ C) Y = $\frac{-X^3 + X^2 + 4}{X^2}$ D) Y^2 = $\frac{X}{X-1}$

E) F(x) = $\frac{X^2 - 1}{X^2 - 4}$ F) Y = $\frac{X^3 - 8}{X^2 - 4}$ G) Y = $\frac{4 - X^2}{X(X^2 - 1)}$ H) F(x) = $\frac{X^3 - 1}{(X^2 - 1)(X^2 - 4)}$

NOTA: Para G y H solo presente asíntotas, cortes con los ejes, dominio, rango y gráfica.

5-.En cada uno de los siguientes ejercicios, halle los limites laterales, para los valores de X que anulan el denominador.

A) F(x) = $\frac{1}{X^2 - 4}$ B) Y = $\frac{4 - 3X}{|4 - 3X|}$ C) Y = $\frac{(X-1)^2}{X^2 - 1}$ D) Y = $\frac{X^2 - 1}{X^2 - X - 2}$ E) Y = $\frac{4 - X}{4 - |X|}$

F) Y = $\frac{2^{X-1}}{2^X - 1}$ G) y = $\frac{X^2 - 1}{3^{X-1} - 1}$ H) Y = $\frac{4}{2^{\frac{1}{X-1}} + 1}$

****** **UNIVERSIDAD DEL VALLE** ******

SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NUMERO 8 LA INTEGRAL INDEFINIDA

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

CALCULAR CADA UNA DE LAS SIGUIENTES INTEGRALES:

1-. $\int X^5 dX$ 2-. $\int (X + X^2 + X^3)dX$ 3-. $\int (X + \sqrt{X} + \sqrt[3]{X})dX$

4-. $\int \left(\frac{3}{\sqrt{X}} - \frac{X^2}{3}\right)dX$ 5-. $\int e^{7X} dX$ 6-. $\int SenmX \ dX$ 7-. $\int \frac{\ln X}{X} dX$

8-. $\int \frac{dX}{3X+5}$ 9-. $\int \frac{dX}{5-3X}$ 10-. $\int \sqrt{X^2+1} \ X \ dX$ 11-. $\int \frac{dX}{X \ln X}$ 12-. $\int 2^X dX$

13-. $\int a^{X^2} XdX$ 14-. $\int 3^X e^X dX$ 15-. $\int \left(X^5 - 8\right)^2 X^4 dX$

16-. $\int \sqrt{X^7 - 7} X^6 dX$ 17-. $\int \frac{3X^2 - 2X}{X^3 - X^2 + 1} dX$ 18-. $\int \frac{3X-2}{3X^2 - 4X + 5} dX$

19-. $\int \sqrt[5]{X^3 - 7} X^5 dX$ 20-. $\int \frac{3X^7 dX}{\sqrt[4]{\left(5X^4 - 1\right)^3}}$ 21-. $\int \frac{dX}{1 + 2X^2}$

22-. $\int \frac{\left(a^X - b^X\right)^2}{a^X b^X} dX$ 23-. $\int \frac{dX}{X\sqrt{1 - \ln^2 X}}$ 24-. $\int \frac{dX}{\sqrt{X^2 + 9}}$

25-. $\int \frac{dX}{\sqrt{3 - 5X^2}}$ 26-. $\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{X}}}{\sqrt{X}} dX$ 27-. $\int \frac{dX}{X^2 + 3X + 1}$

28-. $\int \frac{dX}{2X^2 - 2X + 1}$ 29-. $\int \frac{6X - 7}{3X^2 - 7X + 4} dX$ 30-. $\int \frac{dX}{\sqrt{4X^2 + 3X - 2}}$

31-. $\int \frac{dX}{\sqrt{3 - 8X - 2X^2}}$ 32-. $\int \frac{(X+3)dX}{\sqrt{4X^2 + 4X + 3}}$ 33-. $\int \frac{dX}{(X-1)(X-2)(X-3)}$

34-. $\int \frac{dX}{4-X^2}$ 35-. $\int \frac{dX}{X^3-1}$ 36-. $\int Xe^X dX$ 37-. $\int X \ln X \ dX$

38-. $\int X^3 \ln X \ dX$ 39-. $\int \frac{dX}{X^3+1}$ 40-. $\int \frac{4dX}{X^4+1}$ 41-. $\int \ln\left(X^2+1\right)dX$

42-. $\int \ln(X+\sqrt{1+X^2})dX$ 43-. $\int X^2\sqrt{4-X^2}dX$ 44-. $\int \frac{dX}{Sen^2 5X}$ 45-. $\int Tan2X \ dX$

46-. $\int Cot(9X-5)dX$ 47-. $\int TanXSec^2X \ dX$ 48-. $\int \left(Cote^X\right)e^X dX$

49-. $\int \frac{Sen3X}{\sqrt[3]{Cos^4 3X}} \ dX$ 50-. $\int Cos\,(\ln X) \ \frac{dX}{X}$ 51-. $\int e^{SenX} CosX \ dX$

52-. $\int XarcSenX \ dX$ 53-. $\int arcTan\sqrt{X} \ dX$ 54-. $\int X^3\sqrt[3]{4-X^2} \ dX$

55-. $\int X^3 e^X dX$ 56-. $\int \sqrt{a^2-X^2} \ dX$

PARA LOS ALUMNOS MÁS "AMBICIOSOS"

1-. $\int \frac{e^X(1+X\ln X)}{X} \ dX$ 2-. $\int \frac{X^3-6}{X^4+6X^2+8} \ dX$ 3-. $\int \sqrt{TanX} \ dX$

4-. $\int arcSen\sqrt{\frac{X}{X+1}} \ dX$ 5-. $\int \frac{dX}{(X^2-X)(X^2-X+1)}$ 6-. $\int \frac{\sqrt{X}}{\sqrt[4]{X^3}+1} \ dX$

7-. $\int \frac{\sqrt[7]{X}+\sqrt{X}}{\sqrt[7]{X^8}+\sqrt[14]{X^{15}}}$ 8-. $\int Sec^3 dX$ 9-. $\int \frac{dX}{4-5SenX}$

10-. $\int \frac{CosX}{1+CosX} \ dX$ 11-. $\int \frac{dX}{Sen^2X+Tan^2X}$ 12-. $\int \frac{Sen^2X}{1+CosX} \ dX$

13-.Halle una función cuya tangente tenga la pendiente $\frac{2X}{1-3X^2}$ para cada valor de X cuya grafica pase por el punto (0,5).

14-.Se calcula que dentro de T años el valor de un metro cuadrado de terreno en Santander de Quilichao, estará aumentando a una rata de $\frac{0{,}3X^3}{\sqrt{0{,}2X^4+8000}}$ pesos por año. Si el terreno vale actualmente \$50.000 el m^2, ¿Cuanto valdrá dentro de 10 años?

******** UNIVERSIDAD DEL VALLE ********

SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NUMERO 9 LA INTEGRAL DEFINIDA
APLICACIONES DE LA INTEGRAL

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

CALCULE LAS SIGUIENTES INTEGRALES:

1-. $\int_1^3 (X^2 + 4X - 1)\ dX$ 2-. $\int_0^4 4dX$ 3-. $\int_0^5 (5 - X)\ dX$ 4-. $\int_{-1}^1 (1 - |X|)\ dX$

5-. $\int_{-2}^2 |4 - 2X|\ dX$ 6-. $\int_{-1}^3 |3 - 2X|\ dX$ 7-. $\int_0^1 e^X\, dX$ 8-. $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - X^2}\ dX$

9-. $\int_0^2 (|2X - 1| - 4)\ dX$

10-.Halle una función cuya tangente tenga la pendiente $X\sqrt{X^2 + 5}$ para cada valor de X y cuya grafica pase por el punto (2,10).

11-.La población de un municipio crece a razón de $20 + 6\sqrt{X}$ personas por mes. ¿En que cantidad aumentara la población durante los próximos nueve meses?

12-.La velocidad de un objeto está dada por $14 - \dfrac{6}{(T+1)^2}$ (T esta en horas y la distancia en Km.). ¿Qué distancia recorre el objeto en 30 minutos?

13-.El valor de reventa de cierta maquinaria industrial disminuye a una rata que cambia con el tiempo. Cuando la maquinaria tiene T años, la rata a la cual esta cambiando su valor es $-960\ e^{-T/5}$ pesos por año. Si la maquinaria se compró nueva por $5200, ¿Cuál es el valor de dicha maquinaria dentro de 10 años?

14-.Un fabricante calcula que los ingresos marginales son $100q^{-1/2}$ pesos por unidad, cuando su producción es de q unidades. Se sabe que el costo marginal correspondiente es de 0,4q pesos por unidad. Suponga que la utilidad del fabricante es de $52000 cuando el nivel de su producción es de 20 unidades. ¿ cual es la utilidad máxima? ¿Cuál es la utilidad cuando el nivel de producción es de 25 unidades?

15-. La utilidad marginal de cierto almacén es de 100-2X pesos por unidad, cuando se venden X unidades. Si la utilidad de tal almacén es de $70.000 cuando se venden 10 unidades, ¿Cuál es la utilidad máxima posible del almacén?

16-.El ingreso marginal de cierto almacén se expresa por $7+\frac{4}{X^2}+\sqrt{X}$. Si el ingreso por la venta de cuatro unidades es de $10.000, siendo X el numero de unidades, calcule el ingreso por la venta de 1600 unidades.

17-.El costo marginal de cierta empresa está dado por: $7+\sqrt{X}$ y el ingreso marginal correspondiente por $2X+X^{1/2}-15$. Si la utilidad cuando se producen y se venden 100 artículos es de $100.000, calcule la utilidad que produce la comercialización de 250 artículos.

18-.Se ha calculado que dentro de T meses la población de una ciudad cambiara a razón de $12 + 5T^{2/3}$ personas por mes. Si la población actual es de 70.000 personas, ¿Cuál será la población dentro de 8 meses?

19-.La razón anual de consumo de agua en miles de millones de litros para la ciudad de Santander de Quilichao está dada por: $C'_{(T)} = 4T + e^{0.1T}$, donde T = 0 representa el año 2000. halle el nivel total de consumo de agua para el periodo 2000 –2010 . si la reserva de agua es de 100 mil millones de litros, en cuántos años se quedaran sin agua?

20-.Una tubería arroja agua contaminada al rió "agua sucia" a razón de $6T^2 - 4T + 80$ m^3/día. Cuántos metros cúbicos de agua contaminada habrá arrojado la tubería al cabo de un mes?

21-.Hallar el área de la región limitada por las gráficas de: $F(x) = 2X^2 - 3X + 2$, el eje X y las rectas X = 0 y X = 2.

22-.Calcular el área de la región limitada por la grafica de $Y=\frac{X}{X^2+1}$ el eje X y la recta X = 3.

23-.Hallar el área de la región limitada por las graficas de: $Y = X^2 + 2$; $Y = -X$; $X = 0$ y $X = 1$

24-.Hallar el área de la región limitada entre las curvas $y = 4 - X^2$ y $h = X^2 + 2$.

25-.Calcular el área de la región limitada entre las curvas $F(x) = X^2$ y $g(x) = \sqrt{X}$

26-.Calcular el volumen de los sólidos que se generan al girar la región dada al rededor del eje X:

A)	B)	C)	D)
$Y = -X + 1$	$Y = 4 - X^2$	$Y = \sqrt{X}$	$Y = X^2$
$X = 0$	$X = 0$	$X = 1$	$Y = X^3$
$X = 1$	$X = 2$	$X = 4$	

27-.Calcular el volumen de los sólidos que se generan al girar la región dada alrededor del eje Y:

A)	B)	C)
$Y = X^2$	$Y = \sqrt{16 - X^2}$	$X = -Y^2 + 4Y$
$P_1(0,0)$	$P_1(4,0)$	$P_1(3,1)$
$P_2(2,4)$	$P_2(0,4)$	$P_2(0,4)$

PARA QUIEN ESTUDIA EL CONOCIMIENTO PIERDE SU CALIDAD DE INFINITO, Y SE PERCIBE TAN CERCANO COMO UNA CARICIA. . . COMO UN BESO

****** UNIVERSIDAD DEL VALLE ******
SEDE NORTE DEL CAUCA
MATEMÁTICA BÁSICA
RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS
CONFERENCIA
19 DE ABRIL DE 2007

TALLER NÚMERO UNO. TEORÍA DE CONJUNTOS

EN PRENSA

TALLER NÚMERO DOS. LÓGICA PROPOSICIONAL

EN PRENSA

TALLER NÚMERO TRES. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

EN PRENSA

TALLER NÚMERO CUATRO. PRODUCTOS NOTABLES

EN PRENSA

TALLER NÚMERO CINCO. FACTORIZACIÓN

EN PRENSA

TALLER NÚMERO SEIS. FRACCIONES ALGEBRAICAS

1-. $X+Y$ **2-.** $\frac{3X-Y}{X+Y}$ **3-.** $\frac{A^X}{A^2+AB+B^2}$ **4-.** $\frac{1}{X(X+2)}$ **5-.** $\frac{A^2+5A+2}{A^2(A+1)}$

6-. $\frac{10}{(X-2)(X+2)}$ **7-.** $\frac{X-1}{2}$ **8-.** $\frac{3(Y-1)}{2X(X-1)}$ **9-.** $4X^{2A}$ **10-.** 3 **11-.** $3(X-2)$

12-. $\frac{X+Y}{3X(X-Y)}$ **13-.** $\frac{2B}{A-B}$ **14-.** X+1 **15-.** 4A – 1 **16-.** $\frac{2A-3}{6A-7}$ **17-.** 2

18-. 0 **19-.** - 4Y **20-.** $\frac{A+5}{(A-1)(A+3)}$ **21-.** $\frac{3X^3-2X^2-14X+19}{(X-1)(X+2)(X-3)}$ **22-.** $\frac{B}{3(1-B^4)}$

23-. $\frac{2X-3Y}{X^2}$ **24-.** $\frac{-1}{R+2}$ **25-.** $\frac{3X+4}{(X-3)(X+2)}$ **26-.** $\frac{5P+11}{12(P+2)}$ **27-.** $\frac{17Y-15X}{(X-3Y)(X+3Y)}$

28-. $\frac{2BM+2BN-2AN}{3A(M+N)}$ **29-.** $\frac{M^2+3M+18}{4(M-1)(M+1)}$ **30-.** $\frac{4A}{A+B}$ **31-.** $\frac{4A^2-7A+6}{18A(A+1)(A-1)}$

32-. $\frac{2(7A^2-22A-24)}{(A-6)(A-4)(A+2)(A+4)(A+6)}$ **33-.** $\frac{3A^2+2A+4}{(A+1)(A^2-A+1)}$ **34-.** $\frac{3K^2+12K+50}{(K-3)(K+4)(K+5)}$ **35-.** $\frac{17A}{2(A-2)(A+1)(A+4)}$

36-. $\frac{-7A^2-27A+15AX}{4(A-3X)(A^2+3AX+9X^2)}$ **37-.** $\frac{2X^2-43X-22}{2(X+2)^2(X-2)}$

38-. $\frac{(6X-7)(X+1)}{(X-3)(3X+2)(X+3)}$ **39-.** $\frac{16X-2}{(X+2)(X+1)(2X+3)}$ **40-.** $\frac{-4(2X^3-2X^2-3)}{(X+1)(X^2-X+1)}$ **41-.** $\frac{8(Y-1)}{X^2(X+1)}$

42-. $\frac{(X+5)(X+1)}{2(2X+1)}$ **43-.** $\frac{Y(X+Y)}{X^2}$ **44-.** $\frac{X(X-2Y)}{(X+2Y)^2}$ **45-.** $\frac{X(X+3Y)}{Y(4X+Y)}$

46-. $\frac{X-5Y}{X}$ **47-.** $\frac{X-Y-R}{X}$ **48-.** $\frac{(X-3Y)(X+3Y)}{4(16X^2+12XY+9Y^2)}$ **49-.** $\frac{(2X+Y)^2}{3X-Y}$

50-. $\frac{9A^2+3AB+B^2}{(A+B)}$ **51-.** $\frac{(3U+V)(2U+3V)}{(U+3V)(3U+2V)}$ **52-.** $(7^{SenX}-2\cos X)(7^{SenX}-3\sec X)$

TALLER NÚMERO SIETE. ECUACIONES LINEALES Y APLICACIONES

ECUACIONES LINEALES

1-. $X=-12$ **2-.** $X=-\frac{13}{2}$ **3-.** $X=\frac{33}{14}$ **4-.** $X=\frac{1}{3}$ **5-.** $X=\frac{49}{4}$ **6-.** $X=\frac{83}{24}$ **7-.** $X=-\frac{27}{8}$

8-. $X=-\frac{3}{4}$ **9-.** $X=\frac{28}{5}$ **10-.** $X=-1$ **11-.** $X=-\frac{9}{8}$ **12-.** $X=-13$ **13-.** $X=\frac{222}{23}$

14-. $X=-\frac{76}{3}$ **15-.** $X=\frac{3}{49}$ **16-.** $X=71$ **17-.** $X=\frac{327}{976}$ **18-.** $X=-\frac{533}{76}$ **19-.** $X=\frac{9}{2}$

20-. $X=\frac{5}{2}$ **21-.** $X=3$ **22-. 2** **23-.** $X=\sqrt{2}$ **24-.** $X=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES LINEALES

1-. $X=32$ **AÑOS 2-. SON LAS 6:00 AM 3-. 9 LIBRAS 4-. 100 DÍAS**
5-. \$360 6-. 44 PISPIRISPIS 7-. 100 LITROS 8-. 12 DÍAS
9-. 2 DÍAS 10-. 4 KM/H 11-. 260 HORAS 12-. \$135.000.000
13-. 38.000 EUROS EM BONOS DEL GOBIERNO Y 32.000 EUROS EN LA COMPAÑÍA PARTICULAR. 14-. 2000 LITROS DE BRANDY Y 8000 LITROS DE VINO BLACO.
15-. \$ 55 16-. \$ 50 17-. H = 14,4 M 18-. 50 GALONES 19-. 5,0
20-. 34^{O}**C 21-.** $V\approx 34{,}29\ KM/H$ **22-. 3 HOMBRES 23-. SON LA MISMA CANTIDAD. 24-. 100 KM 25-.** $X=\frac{100}{9}Ha$ **26-. 1, 3, 5 y 7. 27-. 9 DÍAS**
28-. 917 CAJAS 29-. 251 AÑOS BISIESTOS 30-. 2519
31-. HA PASADO TANTA AGUALA VINO, COMO VINO AL AGUA. 32-. 125%
33-. 30 LITROS 34-. 34 CABALLEROS 35-. 3HORAS 42 MINUTOS
36-. 180 37-. 50 38-. 4% 39-. 34 40-. $\frac{100S}{100-F}$ **41-.** $X=15$ **y Y = 4**
42-. CLASEA= 36 ESTUDIANTES; CLASEB = 18 ESTUDIANTES 43-. 9 LIBROS DE 45 PESETAS Y 75 LIBROS DE 36 PESETAS. 44-. 5 MONEDAS DE 25 Y 3 MONEDAS DE 5
45-. 5 AÑOS EL MENOR, 30 AÑOS EL MAYOR y 50 AÑOS LA MADRE
46-. MENOR= 20 AÑOS; MEDIANO = 30 AÑOS; MAYOR= 50 AÑOS. 47-. NO TIENE SOLUCIÓN. 48-. 20 DÍAS 49-. 161 Kg 50-. 3,129 PERÍODOS
51-. 75Kg DE TE DE 600 PESETAS y 25 Kg DE TE DE 800 PESETAS 52-. 1188Km
53-. 3400 PESETAS 54-. PRIMERO: 10 HORAS Y COBRÓ 2500 LA HORA, SEGUNDO: TRABAJÓ 12 HORAS Y GANÓ 30.000, EL TERCERO TRABAJÓ 4 HORAS Y GANÓ 10.000.
55-. Lado = 24 cm, altura = 5cm ó lado = 10cm y altua = 12 cm. 56-. 625
57-. 15 chicas y 20 chicos 58-. $X=2$ **59-. MAYOR= 22 AÑOS; MENOR = 7 AÑOS 60-. 52 Km 61-. 10 TRIPULANTES 62-. 30.000; 45.000 Y 75.000 PESETAS.**

TALLER NÚMERO OCHO. ECUACIONES CUDRÁTICAS Y APLICACIONES.

1-. $X_1 = -\frac{11}{4}$ y $X_2 = 2$ **2-.** $X_1 = \frac{2}{3}$ y $X_2 = 1$ **3-.** $X_1 = -\frac{18}{5}$ y $X_2 = 5$

4-. $X_1 = 3$ y $X_2 = -1$ **5-.** $X_1 = -11$ y $X_2 = 2$ **6-.** $X_1 =$ $X_2 = 5$

7-. $X_1 = -4$ y $X_2 = 3$ **8-.** $X_1 = -1$ y $X_2 = 5$ **9-.** $X_1 = -\frac{1}{2}$ y $X_2 = 3$

10-. $X_1 = -\frac{19}{4}$ y $X_2 = 8$ **11-.** $X_1 = -\frac{10}{7}$ y $X_2 = 1$ **12-.** $X_1 = \frac{5}{2}$ y $X_2 = 4$

13-. $X_1 = -11$ y $X_2 = 2$ **14-.** $X_1 = -3$ y $X_2 = \frac{39}{29}$ **15-.** $X_1 = 3 + \sqrt{13}$ y $X_2 = 3 - \sqrt{13}$

16-. $X_1 = -1$ y $X_2 = 0$ **17-.** $X_1 = 5$ **18-.** $X_1 = -4$ y $X_2 = 3$ **19-.** $X_1 = \pm 3$

20-. $X_1 = \sqrt{3}$; $X_2 = \sqrt{-3}$; $X_3 = \sqrt{-1}$; $X_4 = -\sqrt{-1}$ **21-.** $X_1 = -1$; $X_2 = \frac{1}{2}$; $X_3 = 2$

22-. $X_1 = 1$; $X_2 = \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}$; $X_3 = \frac{-1-i\sqrt{7}}{2}$ **23-.** $X_1 = -\frac{4}{3}$ y $X_2 = 2$

24-. $X_1 = 4$; $X_2 = -1+4i$; $X_3 = -1-4i$ **25-.** CONTINUARAAAAAAAAAAAAAAAAAAA